

Exercice 1 : (4pts)

Dans le plan orienté $\mathcal{P}$, on donne un trapèze ABCD tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv -\frac{99\pi}{5}[2\pi]$ et

$$(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) \equiv -\frac{7\pi}{10}[2\pi]$$

1°/a- Vérifier que $\frac{93\pi}{10}$ est une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$

b- Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

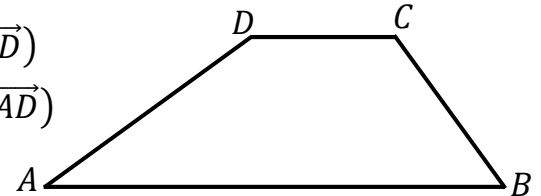
2°/a- Calculer $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

b- Calculer $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC})$ puis déduire la position relative des droites (AD) et (BC)

3°/On considère le point E du plan $\mathcal{P}$ tel que $E \in (AD)$ et $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}) \equiv -\frac{3\pi}{10}[2\pi]$

a- Montrer que les points B ; C et E sont alignés

b- En déduire la nature du triangle ABE



Exercice 2 : (5pts)

Dans la figure ci-contre, on donne $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé. le point $A \in \mathcal{C}_f$

1°/ a- La fonction f est-elle définie en (-2) ? Justifier la réponse.

b- La fonction f est-elle définie en 2 ? Justifier la réponse.

c- Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2°/a- Déterminer, s'il existe, les extrémum de f

b- Déterminer les variations de la fonction f sur $[-5; -2]$

3°/a- La fonction f est-elle continue en (-2) ? Justifier la réponse.

b- La fonction f est-elle continue en 2 ? Justifier la réponse

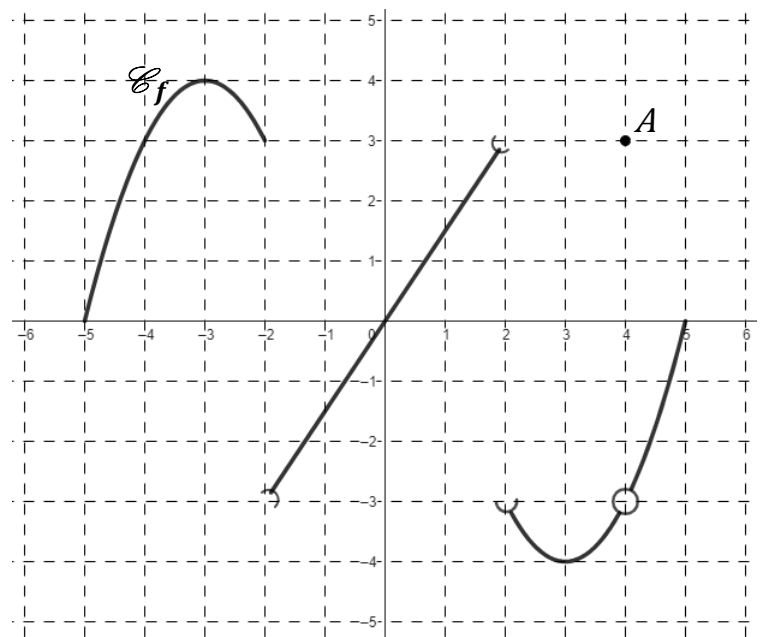
c- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ et $f(4)$. La fonction f est-elle continue en 4?

4°/ Déterminer graphiquement l'image de chacun des ensembles suivants $[-5; -2]$; $[-2; 2]$ et $]2; 5[$

5°/Soit la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$

a- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$ et déduire que g est continue en 4.

b- Justifier que la fonction g est prolongeable par continuité en 2.



Exercice 3 : (7pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2x+6}-3}{(x-1)(x+3)}$

1°/a- Montrer que la fonction f est définie sur $D_f =]-\infty; -3[\cup]-3; 1[\cup]1; +\infty[$

b- Montrer que pour tout $x \in D_f$, on a : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2+5} + 3}$

c- Montrer que la fonction f admet sur D_f un maximum en (-1)

2°/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \neq 1 \\ g(1) = \frac{1}{6} \end{cases}$

a- Montrer que la fonction g est continue en 1.

b- Justifier que g est prolongeable par continuité en (-3) et définir ce prolongement

c- Montrer que la fonction g est continue sur l'intervalle $] -3; +\infty[$

3°/ Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}^+$ par $h(x) = \frac{1}{g(x)} - 4x$

a- Montrer que la fonction h est continue sur $\mathbb{R}^+$

b- Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet au moins une solution α dans l'intervalle $[1; 2]$.

Exercice 4 : (4pts)

Dans la figure ci-contre $ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = 4$ et $AD = 2$.

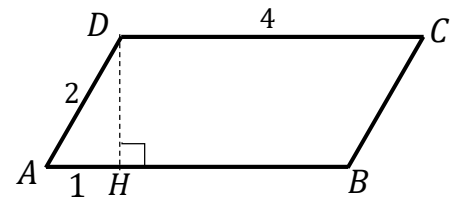
Soit H le projeté orthogonale de D sur (AB) . On donne $AH = 1$

1°/a- Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 4$

b- En déduire que: $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$

2°/a- Montrer que $BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

b- En déduire que $BD = 2\sqrt{3}$



3°/ Soit $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tel que : $3MA^2 + MB^2 = 24$

a- Vérifier que $D \in \mathcal{E}$

b- Montrer que H est le barycentre de $(A; 3)$ et $(B; 1)$

c- Montrer que pour tout point M de plan on a : $3MA^2 + MB^2 = 4MH^2 + 12$

d- En déduire l'ensemble $\mathcal{E}$