

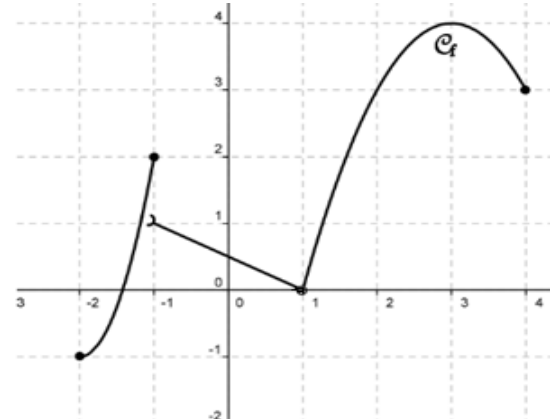
NB : Le sujet comporte 2 pages

Exercice n°1 : (5 pts)

On donne ci-contre la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'une fonction f définie sur $[-2, 4]$

Par lecture graphique

- 1) Déterminer $f(-1)$ et $f(3)$
- 2) Donner le maximum et le minimum de f sur $[-2, 4]$
- 3) Décrire les variations de f sur $[1, 4]$
- 4) a/ f est-elle continue en (-1) ? Justifier
 b/ Sur quels intervalles f est-elle continue ?
 c/ Déterminer l'image par f de chacun des intervalles $[-2, -1]$ et $]-1, 1]$



- 5) Soit $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$
 - a/ Déterminer l'ensemble de définition de g
 - b/ Montrer que g est décroissante sur $[1, 3]$
 - c/ Montrer que $\forall x \in [-2, 4]$, on a : $0 \leq g(x) \leq 1$
 - d/ 0 est-il un minimum de g sur $[-2, 4]$?
 - e/ Montrer que g est continue sur $[1, 3]$

Exercice n°2 : (5 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^4 + 2x^2 - 1$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Montrer que f est paire et interpréter le résultat graphiquement
- 2) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$
- 3) a/ Soient a et b deux réels tels que $a < b$
 Montrer que $f(b) - f(a) = (b^2 - a^2)(b^2 + a^2 + 2)$.
 b/ Montrer que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$
 c/ Déterminer alors les variations de f sur $\mathbb{R}$
 d/ En déduire le minimum de f sur $\mathbb{R}$?
- 4) a/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0, 1[$
 b/ En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$
 c/ Vérifier que $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha^2 + 2}$

- 5) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in]-\infty, 0] \\ \sqrt{x+3} & \text{si } x \in]0, 4] \\ \frac{x^2-x+2}{x-1} & \text{si } x \in]4, +\infty[\end{cases}$

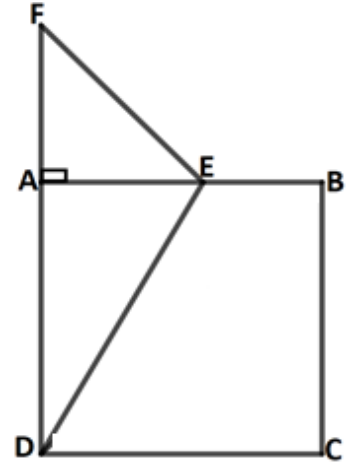
Montrer que g est continue sur les intervalles suivants $]-\infty, 0]$, $]0, 4]$ et $]4, +\infty[$

Exercice n°3 :(6pts)

Soit ABCD un carré tel que $AB = \sqrt{3}$ et E un point du segment $[AB]$ tel que $\widehat{ADE} = \frac{\pi}{6}$ et AEF est un triangle rectangle et isocèle en A comme indique la figure ci-dessous.

- 1) a/ Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DE}$,
b/ En déduire DE puis montrer que $AE = 1$
- 2) a/ Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AE}$
b/ Montrer que $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AF}$
c/ En déduire que les droites (BF) et (DE) sont perpendiculaires
- 3) On considère le repère orthonormé $R(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF})$
a/ Déterminer les coordonnées des points E, F, B et D dans le repère R
b/ Remontrer que les droites (BF) et (DE) sont perpendiculaires
- 4) a/ Soit I le milieu du segment $[AC]$. Montrer pour tout point M du plan on a :
$$MA^2 + MC^2 = 2MI^2 + 3$$

b/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $MA^2 + MC^2 = 11$



Exercice n°4 :(4pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un triangle équilatéral AED , on suppose de plus que (EA) est perpendiculaire à (EB) et $(\widehat{EB}, \widehat{EC}) \equiv \frac{-2\pi}{3} [2\pi]$ comme indique la figure ci-dessous.

- 1) Soit $\alpha = \frac{118\pi}{3}$. Vérifier que α est une mesure dans $[0, 2\pi [$ de $(\widehat{EB}, \widehat{EC})$
- 2) a/ Déterminer la mesure dans $[0, 2\pi [$ de chacun des angles orientés $(\widehat{EA}, \widehat{EC})$; $(\widehat{ED}, \widehat{EB})$ et $(\widehat{ED}, \widehat{EC})$
b/ En déduire que le triangle EDC est un triangle rectangle en E
- 3) Soit le point F tel que $(\widehat{EB}, \widehat{EF}) \equiv \frac{23\pi}{6} [2\pi]$
a/ Déterminer la mesure dans $[0, 2\pi [$ de $(\widehat{ED}, \widehat{EF})$
b/ En déduire que E , D et F sont alignés

