

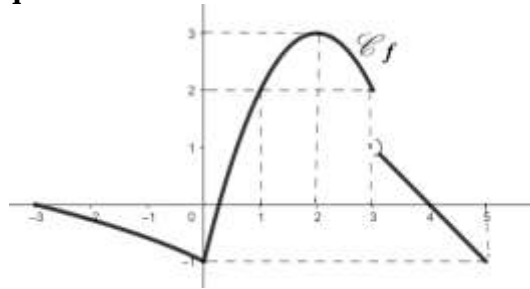
NB : Le sujet comporte 2 pages

Exercice n°1 : (4,5 pts)

On donne ci-dessous la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

d'une fonction f définie sur $[-3, 5]$

Par lecture graphique



- 1) a/ Donner le maximum et le minimum de f sur $[-3, 5]$
 b/ Décrire les variations de f sur $[0, 3]$
- 2) a/ f est-elle continue en 3 ? Justifier
 b/ Sur quels intervalles f est-elle continue ?
 c/ En déduire que la fonction $g : x \mapsto \left| \frac{x}{x+5} \right| f(x)$ est continue sur $[0, 3]$
 d/ Déterminer l'image par f de chacun des intervalles $[-3, 3]$ et $]3, 5]$
- 3) Soit $h(x) = \sqrt{f(x) - 2}$
 a/ Déterminer l'ensemble de définition de h
 b/ Montrer que h est continue sur $[1, 3]$

Exercice n°2 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

On désigne par $\mathcal{C}_f$ la courbe de f dans un repère orthonormé

- 1) Etudier la parité de f .
- 2) a/ Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -1 + \frac{2}{1+x^2}$
 b/ Montrer que f est décroissante sur $[0, +\infty[$
 c/ Montrer que f est minorée par (-1) et majorée par 1 sur $[0, +\infty[$
 d/ -1 est-il un minimum de f sur $[0, +\infty[$?
- 3) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$
- 4) Soit g la fonction définie par : $g(x) = 3x^2 - 3 + \sqrt{x}(x^2 + 1)$
 a/ Déterminer D_g l'ensemble de définition de g
 b/ Montrer que g est continue sur $[0, +\infty[$
 c/ Montrer que g est strictement croissante sur $[0, +\infty[$
 d/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0,7; 0,8[$
 e/ En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0, +\infty[$
 f/ Montrer que $f(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{3}$

Exercice n°3 :(4,5 pts)

Dans un plan P , on considère un triangle ABC tel que : $AB = 2$ et $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$

- 1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et déduire que : $BC = \sqrt{7}$.
- 2) Soit D le point du plan P tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Montrer que : $AD = \sqrt{13}$.

- 3) Soit E le point du plan P tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

a/ Montrer que : $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{AD} = -1$

b/ Calculer $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED}$. Que peut-on conclure ?

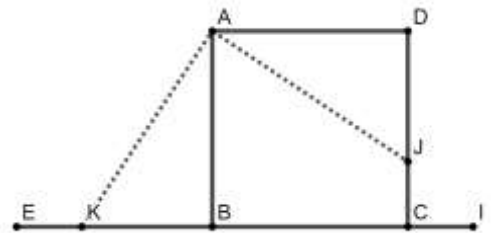
- 4) a/ Soit I le milieu du segment $[BC]$

Montrer pour tout point M du plan on a : $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + \frac{7}{2}$

b/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $MB^2 + MC^2 = \frac{23}{2}$

Exercice n°4 :(5pts)

$ABCD$ un carré comme indique la figure ci-contre :



- $BC = BE = 3$
 - J est un point de $[CD]$ tel que $CJ = 1$
 - K est un point de $[BE]$ tel que $EK = 1$
 - I est un point de $[BC]$ tel que $CI = 1$
- 1) a/ Montrer que : $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AK} = -6$ et $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{AK} = 6$

b/ En déduire que $(AJ) \perp (AK)$.

- 2) a/ Calculer KD et KJ .

b/ Montrer que $\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KD} = 28$.

c/ En déduire $\cos(\widehat{DKJ})$

- 3) On considère le repère orthonormé $(C, \overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CJ})$

a/ Déterminer les coordonnées des points A , K et J dans le repère $(C, \overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CJ})$

b/ Remontrer que les droites (AJ) et (AK) sont perpendiculaires