

	LYCEE PILOTE DE SOUSSE Le 11/11/2023	Devoir de contrôle n°1 Mathématiques	Niveau : 3^{ème} Maths Durée : 2H
---	---	---	--

Exercice n°1 (4,5pts)

Le plan est orienté dans le sens direct

Sur la feuille annexe, ABCD est un losange tels que : $AB = 2\sqrt{3}$ et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{70\pi}{3} [2\pi]$

- 1) a) Déterminer, en justifiant la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$
b) En déduire que le triangle BCD est équilatéral et de sens direct.
- 2) Soit E le point défini par $BE = 2$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BE}) \equiv -\frac{\pi}{6} [2\pi]$
a) Vérifier que le triangle BDE est rectangle en B et calculer DE
b) Calculer $\cos(\widehat{BDE})$. En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DE})$
c) Montrer que les droites (BC) et (DE) sont perpendiculaires.
- 3) Soit $I = E * D$ et $J = S_B(I)$.
a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés , $(\overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{BE})$, $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EJ})$ et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BJ})$
b) Montrer que EJAD est un rectangle.

Exercice n°2 (5,5 pts)

ABCD est un rectangle de centre O, tel que $AB = 2a$ et $AD = a$, $a > 0$

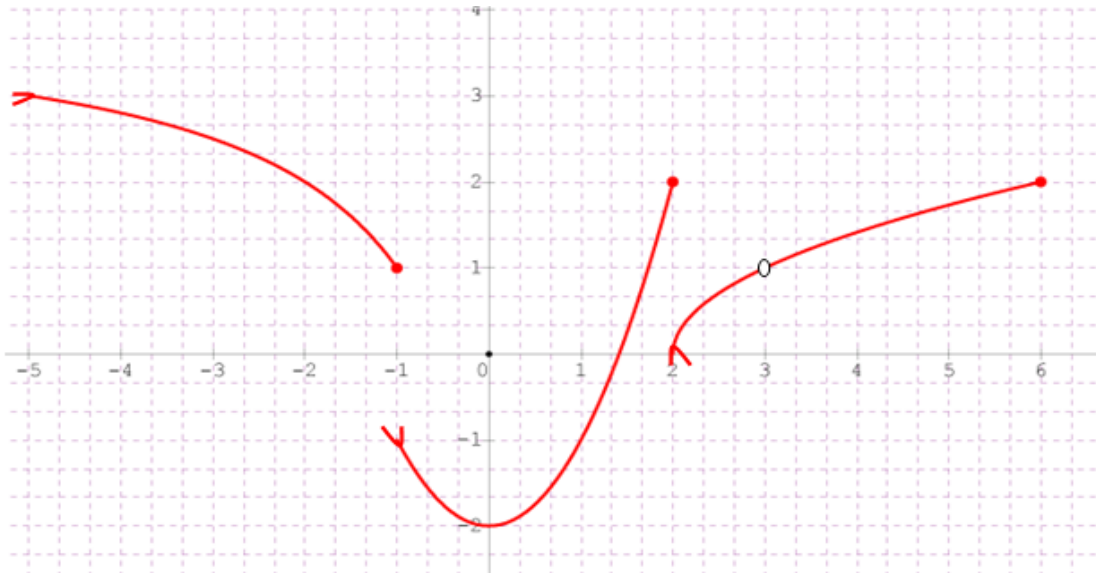
On désigne par E, F et I les points tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CB}$ et $I = E * F$

- 1) a) Calculer $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{BD}$
b) En déduire que $(EF) \perp (BD)$
- 2) Soit $\{H\} = (EF) \cap (BD)$
Calculer $\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FE}$. En déduire que $FH = \frac{8\sqrt{5}}{25}a$
- 3) Soit $\Delta = \{M \in P \text{ tel que } ME^2 - MF^2 = -\frac{12}{25}a^2\}$
a) Vérifier que $B \in \Delta$
b) Déterminer alors Δ
- 4) Soit $\Gamma_k = \{M \in P \text{ tel que } MB^2 + 4MC^2 = k\}$
a) Montrer que $M \in \Gamma_k$ si et seulement si : $5MF^2 + \frac{4}{5}a^2 = k$
b) Déterminer suivants les valeurs du réel k, la nature de Γ_k
c) Déterminer k pour que Δ soit tangente à Γ_k
- 5) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $MB^2 + 4MC^2 + 5ME^2 = \frac{16}{5}a^2$

Exercice n°3(4,5pts)

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f sur son domaine de définition dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) a) Donner le domaine de définition de f
b) f est-elle continue à gauche en -1 ? à droite en -1 ?
c) f est-elle prolongeable par continuité en 3 ?
d) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.
- 2) Déterminer $f([-1, 1])$, $f([2, 3])$
- 3) Etudier la continuité de $|f|$ en -1 .
- 4) Soit g la fonction définie sur $] -5, -1]$ par $g(x) = xE(f(x))$, (E est la fonction partie entière)
a) Montrer que g est affine par intervalles
b) Tracer la courbe de g dans un repère du plan.



Exercice n°4 (5,5pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1 - \sqrt{-x^2 + 2x}}{x-1}$

- 1) a) Déterminer le domaine de définition de f
b) Montrer que f est continue sur son domaine.
c) Montrer que f est prolongeable par continuité en 1 ? On note F son prolongement
- 2) a) Montrer que $F(x) = \frac{x-1}{1 + \sqrt{1-(x-1)^2}}$
b) Montrer que F est strictement croissante sur $[0, 1]$.
c) Montrer que l'équation $F(x) = -\frac{1}{2}x$ admet dans $]0, 1[$ une unique solution α
d) Montrer que α vérifie l'équation : $\alpha^4 - 2\alpha^3 + 9\alpha^2 - 12\alpha + 4 = 0$

- 3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + mx}{|x+1| - 1} & \text{si } x < 0 \\ F(x) & \text{si } x \in [0, 2] \\ \frac{x-2}{4(\sqrt{x+2}-2)} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Étudier la continuité de g à droite et à gauche en 2 . Conclure
b) Pour quelle valeur de m la fonction g est continue en 0 ?

