

Prof : Hédi Smida



Devoir de contrôle n°1
en mathématiques

durée : $\lim_{x \rightarrow 4} 5x^2 + 12x - 8$ min

Lycée Ghraïba

Classe : 3^{ème} math₁
2025 ~ 2026

Nom : **Prénom :** **Classe :**

Exercice N°1 : **(3 points.)**

Cocher la bonne réponse en justifiant votre réponse:

- 1) Soit la fonction f définie par $f(x) = (-1)^{E(x)}$. f est-elle continue en 0 ?
a) Vrai ☐ ; b) faux ☐
- 2) L'équation : $4\sqrt{x+1} - 2x = 0$ admet au moins une solution α dans l'intervalle :
a) $[4.82 ; 4.83]$ ☐ ; b) $[4.81 ; 4.82]$ ☐ ; c) $[5.90 ; 5.91]$ ☐
- 3) L'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{x+20}}{E(x)+20}$ est :
a) $[-19; +\infty[$ ☐ ; b) $] -19; +\infty[$ ☐ ; c) $] -20; +\infty[$ ☐
- 4) Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs colinéaires, alors :
a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ☐ ; b) $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|$ ☐ ; c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|$ ☐

Exercice N°2 : **(6 points.)**

Dans la figure ci-jointe (annexe 1) on a représenté la courbe d'une fonction f définie sur $]-\infty; 2]$ par $f(x) = \sqrt{2-x}$ et la restriction de la fonction g définie $[0; +\infty[\setminus \{2\}$ par : $g(x) = \frac{4}{|x|-2}$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) a) Montrer que g est une fonction paire.
b) Montrer que g est borné sur $]-\infty; -3]$.
c) Acheter la représentation de la fonction g dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$.
- 3) On considère la fonction h définie par $h(x) = (x+2)\sqrt{2-x}$.
a) Montrer que h est continue sur $]-\infty; 2]$.
b) Montrer que pour tout réel $x \in]-\infty; -3]$, $f(x) = g(x)$ équivaut à $h(x) = -4$.
c) En déduire l'équation $f(x) = g(x)$ admet une solution α dans $]-4; -3]$.
d) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

Exercice N°3 : (5 points)

Soit la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x-6}{x+3} & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} - \frac{5}{4} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition (D_f).
- 2)
 - a) Montrer que pour tout $x > 1$, on a : $\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x+3}+2}$
 - b) Montrer que f est continue en 1.
 - c) Montrer que f est continue sur $]1; +\infty[$.
- 3) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
- 4) Montrer que f est prolongeable par continuité en (-3) , préciser cette prolongement.

Exercice N°4: (6 points)

Dans le plan P , on considère un triangle ABC tel que $AB = 6$; $AC = 2\sqrt{3}$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{6}$

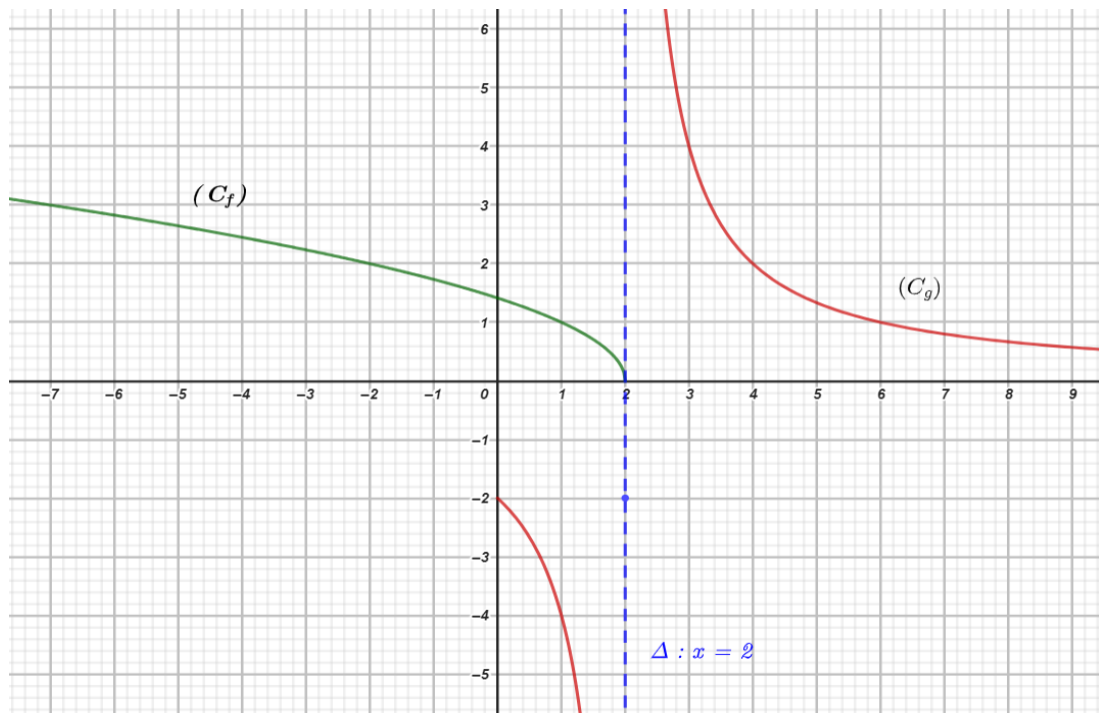
Voir (annexe 2, à compléter au fur et à mesure).

On désigne par I le milieu de $[AB]$.

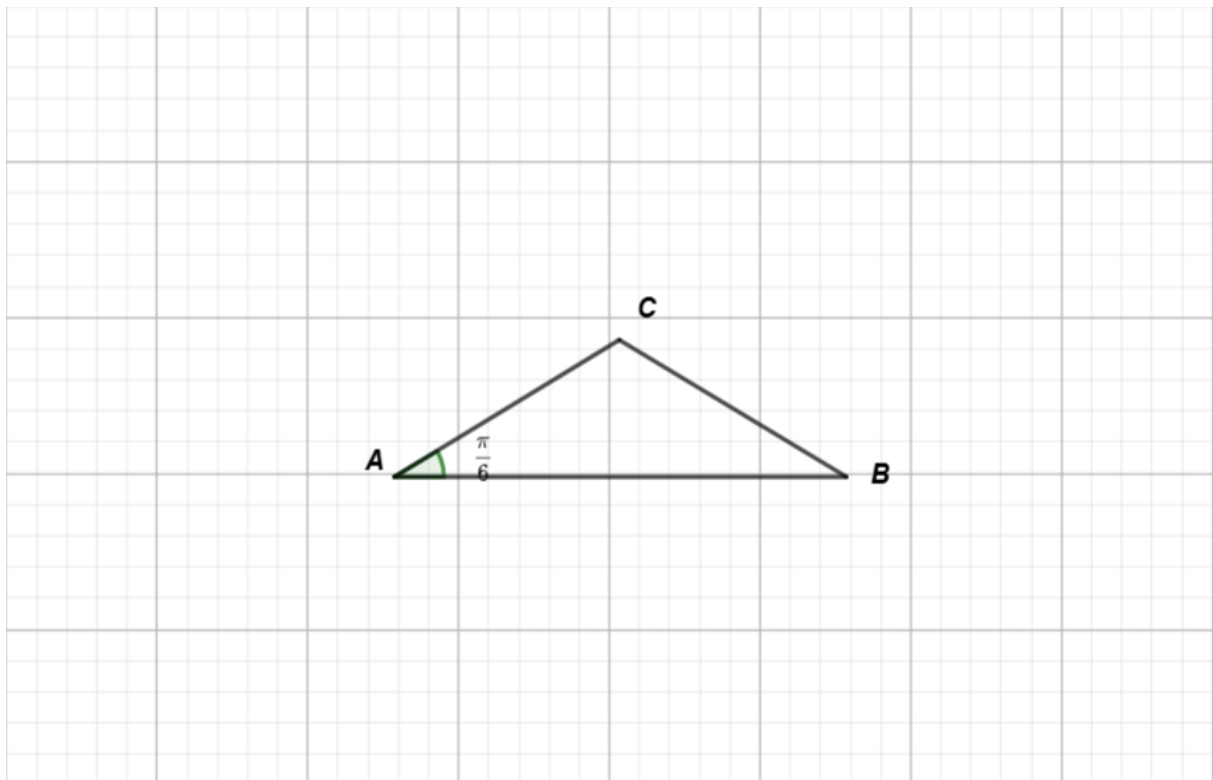
- 1)
 - a) Montrer que $BC = 2\sqrt{3}$.
 - b) Calculer les réels : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ puis la distance CI .
- 2) Soient les deux ensembles $\xi = \{M \in P / MA^2 + MB^2 = 24\}$
et $\xi' = \{M \in P / MA^2 - MB^2 = -12\sqrt{3}\}$.
 - a) Montrer que pour tout point M du plan P , on a $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 18$.
 - b) En déduire que ξ est un cercle passant par le point C , puis construire ξ .
- 3) Le cercle ξ coupe le segment $[AI]$ en un point J .
 - a) Vérifier que J est un point est un point ξ' .
 - b) Déterminer alors et construire l'ensemble ξ' .
- 4)
 - a) Calculer CJ et $\widehat{ACJ}$.
 - b) Calculer $\overrightarrow{JA} \cdot \overrightarrow{JC}$ puis déduire $\overrightarrow{CJ} \cdot \overrightarrow{CA}$ et la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$.

Copie à rendre

Nom :.....Prénom :.....Classe :.....



(Annexe 1)



(Annexe 2)