

C. R. E. : Sfax-1	Devoir de contrôle N°1		Niveau : 3 ^{ème} Math
Date : 08 / 11 / 2025	Mathématiques	Coefficient : 4	Durée : 2 h

- Noter bien :** • Il sera tenu compte de la rigueur et de la clarté des réponses.
 • Aucun document n'est autorisé, sauf, une calculatrice non programmable.
 • L'indication des références des exercices et des questions est obligatoire.

Exercice N°1:

(3 points).

- Dans la figure ci-dessous, on a tracé dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur un domaine D_f
 ► Par une lecture graphique, répondre aux questions de cet exercice.

Q.C.M. : Déterminer, à chaque fois et **sans justification**, la seule réponse correcte :

1 La fonction f est définie sur :

- a) $] -\infty, 4] \setminus \{1\}$
- b) $] -\infty, 4]$
- c) $] -\infty, 4[$

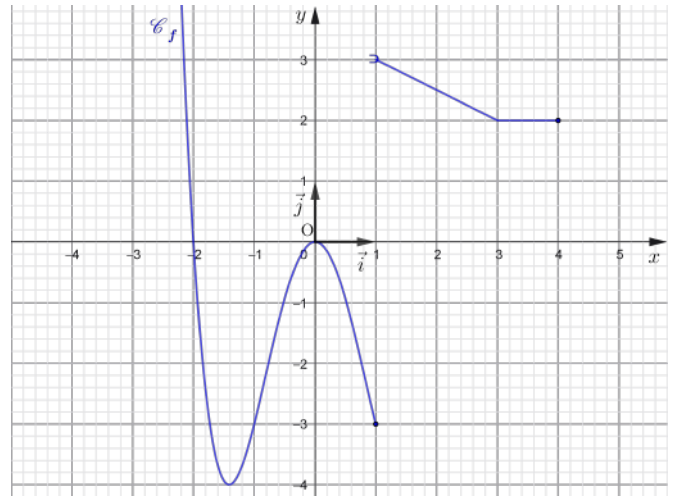
2 La fonction f est continue :

- a) en 1
- b) à droite en 1
- c) à gauche en 1

V/F : Répondre, à chaque fois et avec justification, par vrai ou faux :

1 La fonction $|f|$ est continue en 1

2 L'équation : $f(E(x)) = 3$ admet dans D_f une unique solution.



Exercice N°2:

(6 points).

Soit f la fonction : $x \mapsto \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

1 a) Déterminer D_f

b) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $[-3, 1[$ et $]1, +\infty[$

c) Prouver que pour tout réel x appartenant à D_f on a : $f(x) = \frac{1}{2 + \sqrt{x+3}}$

2 a) Montrer que f est prolongeable par continuité en 1 et définir son prolongement noté F

b) Etudier la monotonie de F sur $[-3, +\infty[$

c) Montrer que pour tout réel $x \geq -3$ on a : $0 \leq F(x) \leq \frac{1}{2}$

d) Justifier que $\frac{1}{2}$ est un maximum de F et que 0 n'est pas un minimum de F

3 a) Montrer que l'équation : $F(x) = x$ admet au moins une solution α dans $\left] \frac{1}{5}, \frac{3}{10} \right[$

b) Etablir que α vérifie l'équation : $\alpha^3 - \alpha^2 + 4\alpha - 1 = 0$

Exercice N°3:
(6,5 points).

On donne dans le plan P un triangle équilatéral ABC de côté a . Et on désigne D le point tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ et par I et J les milieux respectifs de segments $[BC]$ et $[AD]$. (Figure ci-jointe).

- 1
 - a Calculer en fonction de a les produits scalaires $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$
 - b En déduire que $(AB) \perp (ID)$.
 - c Montrer que $BJ = a \frac{\sqrt{13}}{4}$
- 2
 - a Montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{a^2}{4}$
 - b En déduire que $BD = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ puis calculer $\cos(\widehat{ABD})$.
- 3 Soit G le point d'intersection de droites (AB) et (ID) .
 - a Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = AI^2$
 - b En déduire que A est le barycentre des points pondérés $(G, 4)$ et $(B, -3)$.
- 4 Soit Γ l'ensemble de points M du plan P tels que : $4\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$
 - a Montrer que Γ est le cercle de diamètre $[AD]$.
 - b La droite (BD) recoupe Γ en H . Calculer $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BD}$ puis déduire BH

Exercice N°4:
(4,5 points).

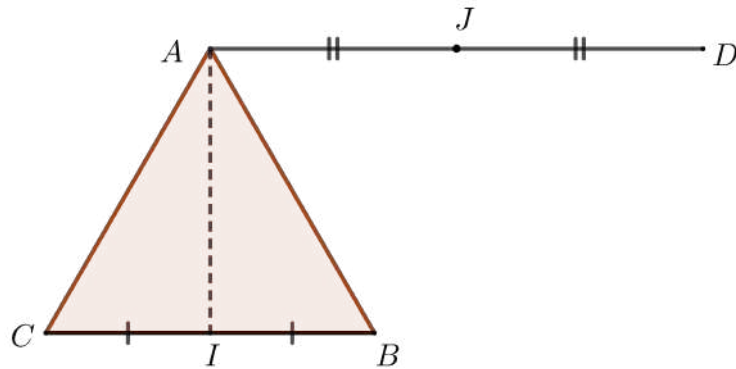
Dans le plan P orienté dans le sens direct, on considère un triangle ABC isocèle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}\right) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$ et $\mathcal{C}$ son cercle circonscrit. (Voir l'annexe ci-jointe).

- 1 Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- 2 Soit M un point de l'arc orienté $\widehat{BC}$ distinct de B et C . On désigne par I , J et H les projetés orthogonaux de M respectivement sur (AB) , (BC) et (AC) .
 - a Montrer que les points J , H , C et M appartiennent à un même cercle Γ que l'on précisera.
 - b Démontrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{HJ}, \overrightarrow{HM}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}}\right) [2\pi]$
 - c Démontrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{HM}, \overrightarrow{HI}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}}\right) [2\pi]$
 - d En déduire que les points I , J et H sont alignés.
- 3 Soient $\varphi = \left\{ N \in P / \left(\widehat{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{NC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \right\}$ et D le symétrique de C par rapport à A
 - a Montrer que $D \in \varphi$
 - b Déterminer, alors, l'ensemble φ
 - c Soit L le symétrique de M par rapport à (BC) . Montrer que $L \in \varphi$

Annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom : Classe : 3M N° :

Exercice N°3 :



Exercice N°4 :

