

Exercice N°1 : (3 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{x - 2}{\sqrt{x + 2} - 2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- 1.** Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
- 2.** Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
- 3.** La fonction f admet-elle une limite en 2 ?

Exercice N°2 : (7 pts)

I] Soit la fonction f définie sur par : $f(x) = \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x}$

- 1.** Déterminer le domaine de définition de la fonction f
- 2.** Montrer que f est prolongeable par continuité en 0

II] soit la fonction g définie sur $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$ par : $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

- 1.** Montrer que g est continue sur $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$
- 2.** Montrer que l'équation $g(x) - x = 0$ admet au moins une solution dans $[1; 2]$
- 3.** Montrer que $g(x) = \frac{4}{\sqrt{1+4x}+1}$ pour tout $x \in \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$
- 4.**
 - a.** Montrer que $g\left(-\frac{1}{4}\right)$ est un maximum de g sur $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$
 - b.** En déduire que g est bornée sur $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$
- 5.**
 - a.** Montrer que g est décroissante sur $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$
 - b.** Déterminer $g([0, 6])$

Exercice N°3 : (7 pts)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$; $AC = 8$ et $\widehat{CAB} = \frac{\pi}{3}$

1.

a. Vérifier que $\overline{AC} \cdot \overline{AB} = 24$

b. En déduire que $BC = 2\sqrt{13}$

2. Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC)

a. Montrer que $HA = 3$ et vérifier que H est le barycentre des points pondérés $(A, 5)$ et $(C, 3)$

b. Montrer que pour tout point M du plan on a :

$$5MA^2 + 3MC^2 = 8MH^2 + 120$$

3. Déterminer l'ensemble $\xi = \left\{ M \in P; 5MA^2 + 3MC^2 = 336 \right\}$

et vérifier que $B \in \xi$

4. Soit les points I le milieu de $[AC]$ et E définie par : $\overline{BE} = \frac{3}{4}\overline{BC}$

a. Montrer que $\overline{BC} \cdot \overline{AB} = -12$ (indication : 1.a.)

b. Montrer que $\overline{BC} \cdot \overline{BE} = 39$; $\overline{CI} \cdot \overline{AB} = -12$ et $\overline{CI} \cdot \overline{BE} = -15$

c. En déduire que les droites (BI) et (AE) sont perpendiculaires.

Exercice N°4 : (3 pts)

Soit $OBSA$ un parallélogramme. ξ un cercle de centre I de diamètre $[OO']$.

La droite (OB) recoupe le cercle ξ en B' .

La droite (OS) recoupe le cercle ξ en S' .

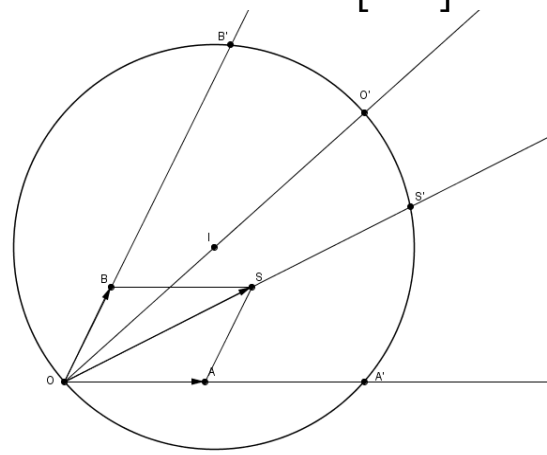
La droite (OA) recoupe le cercle ξ en A' .

1.

a. Montrer que $\overline{OS} \cdot \overline{OS'} = \overline{OS} \cdot \overline{OO'}$

b. Montrer que $\overline{OB} \cdot \overline{OB'} = \overline{OB} \cdot \overline{OO'}$

2. En déduire que $\overline{OS} \cdot \overline{OS'} = \overline{OB} \cdot \overline{OB'} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$



3 | Lycée Bachir Sfar Amdoun
Le 11/11/2015
Durée :2 heures

Devoir de contrôle N°1

Prof :Ghomriani Béchir

3^{ème} Math