

Prof : Dhahbi.A	Devoir de contrôle N°5	Classe : 2^{ème} science 2
Lycée cité ibn khaldoun	Epreuve de mathématiques	Durée : 1 heure ; Date : 25/04/ 2025

EXERCICE N°1: (11 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ ou a, b et c sont trois réels.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1°/ Déterminer les réels a, b et c pour que la courbe (C_f) passe par les points $A(0, 3)$, $B(1, 4)$ et $C(3, 0)$.

On admet que $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, pour tout réel x .

2°/ a) Vérifier que pour tout réel x , on a : $f(x) = -(x-1)^2 + 4$.

b) En déduire le sens de variations de f sur $]-\infty, 1]$.

c) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de (C_f) (sommet et axe).

d) Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe (C_f) de la fonction f .

3°/ Soit Δ la droite d'équation $y = x + 3$.

a) Tracer Δ et déterminer par le calcul les coordonnées de point d'intersection de (C_f) et Δ .

b) Résoudre graphiquement $f(x) \leq x + 3$.

4°/ Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -x^2 + 2x + 1$.

a) Vérifier que $g(x) = f(x) - 2$.

b) Tracer alors la courbe (C_g) à partir de la courbe (C_f) dans le même repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (en justifiant votre traçage).

5°/ Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -x^2 + 2|x| + 3$ et (C_h) sa courbe représentative.

a) Montrer que h est une fonction paire.

b) Montrer que pour tout réel x positif, $h(x) = f(x)$.

c) Tracer alors la courbe (C_h) de h à partir de (C_f) dans le même repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (En justifiant votre traçage)

d) En déduire les variations de la fonction h .

e) Déterminer le nombre de solution de l'équation $h(x) = m$ ou m est un paramètre réel.

EXERCICE N° 2: (9 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points $A(1, 6)$; $B(7, 2)$, $C(-5, 0)$.

1°/ Soit G le centre de gravité du triangle ABC . Vérifier que $G(1, \frac{8}{3})$.

2°/ a) montrer que l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $2x + 3y - 20 = 0$.

b) Déterminer la distance entre le point C et la droite (AB) .

c) En déduire l'aire du triangle ABC .

3°/ Soit I et J les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AB]$.

a) Déterminer les coordonnées de I et J .

b) Soit Δ et Δ' les médiatrices respectives des segments $[BC]$ et $[AB]$.

i) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite Δ est : $6x + y - 7 = 0$.

ii) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite Δ' est : $6x - 4y - 8 = 0$.

iii) Δ et Δ' se coupent en un point K . Déterminer les coordonnées du point K .

4°/ Soit E le projeté orthogonal de A sur (BC) et F le projeté orthogonal de C sur (AB) .

a) Quel est la position relative de deux droites Δ et (AE) .

b) En déduire qu'une équation cartésienne de la droite (AE) est $6x + y - 12 = 0$.

c) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (CF) est $3x - 2y + 15 = 0$.

d) Soit H l'orthocentre du triangle ABC . Déterminer les coordonnées du point H .

5°/ Montrer que les points G, H et K sont alignés.

Annexe : Exercice N°1
A rendre avec la copie

Nom et Prénom :

classe :

