preuve: Mathématiques	Devoir de contrôle n 3	Durée :2h
Prof : MAATALLAH	Le 21 - 04 - 2010	Classe: 4 M

EXERCICE N 1 :(6 points)

On dispose de trois urnes U_1 , U_2 et U_3 : U_1 contient 2 boules marquées A et G , U_2 contient 2 boules marquées 3 et 5 et U_3contient 2 boules marquées $\frac{1}{2}$ et 2 .On tire au hasard une boule de chaque urne et on définit une suite V :

Si la boule tirée de U_1 est marquée A , V est arithmétique , sinon , elle est géométrique . la boule tirée de U_2 est le premier terme V_0 et la boule tirée de U_3 est la raison .

1/ Calculer la probabilité d'avoir : a) Une suite arithmétique . b) Une suite convergente . c) Une suite de terme V_4 pair .

2/ Calculer la probabilité d'avoir une suite géométrique non convergente .

3/ Un joueur tire une boule de chaque urne et définit ainsi une suite V : ■ Si V est géométrique , il gagne 5 dinars ■Si V est arithmétique et $V_4 \leq 7$, il perd 4 dinars ■ Si V est arithmétique et $V_4 > 7$, il perd 6 dinars. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur . Donner la loi de probabilité de X . Calculer l'espérance mathématique de X .

EXERCICE N 2 :(7 points)

1/ a) Déterminer un couple (x_0 , y_0) d'entiers relatifs solution de l'équation (E) : $48x + 35y = 1$.

b) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) .

c) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on donne le vecteur $\vec{u} = 48\vec{\imath} + 35\vec{\jmath} + 24\vec{k}$ et le point A(-11,35,-13).

I] Déterminer l'ensemble (π) des points $M(x, y, z)$ de l'espace tels que $\vec{u} . \overrightarrow{AM} = 0$.

Ii] Soit (D) la droite d'intersection de (π) avec le plan d'équation : $z = 16$ .Déterminer tous les points de(D) dont les coordonnées sont entières et appartiennent à l'intervalle [-100 , 100] .

2/ Soit (S): $\begin{cases} N \equiv 5(mod13) \\ N \equiv 1(mod17) \end{cases}$

a) Vérifier que 239 est une solution de (S) .

b) Soit N un entier relatif solution de (S). Démontrer que N peut s'écrire sous la forme $N = 1 + 17x = 5 + 13y$ avec x et y deux entiers relatifs qui vérifient la relation : $17x - 13y = 4$.

c) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation :$17x - 13y = 4$. En déduire qu'il existe un entier relatif k $tel\ que$ $N = 18 + 221k$.

d) Démontrer l'équivalence entre $N \equiv 18(mod221)$ et (S): $\begin{cases} N \equiv 5(mod13) \\ N \equiv 1(mod17) \end{cases}$

EXERCICE N 3 :(7 points)

1/ On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$.

a) Démontrer que la fonction *u* définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = xe^{-x}$ est une solution de (E).

b) Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y' + y = 0$.

c) Démontrer qu'une fonction *y*, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, est solution de (E) si et seulement si *y* – *u* est solution de (E_0).

d) En déduire toutes les solutions de (E).

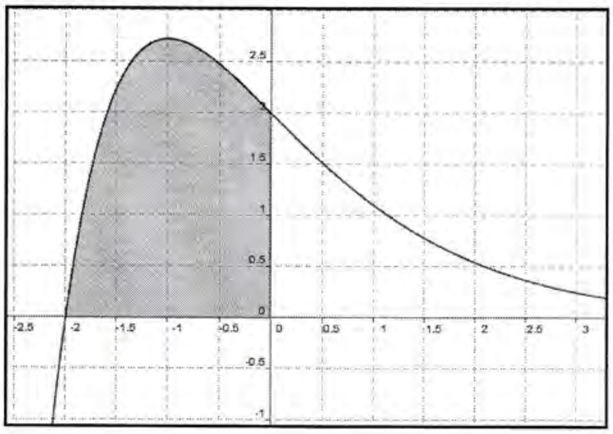
2/ *k* étant un réel donné, on note f_k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_k(x) = (x + k)e^{-x}$. Dresser le tableau de variation de f_k.

3/ Soit la suite (I_n) définie par $I_0 = \int_{-2}^{0} e^{-x}dx$ et $\forall n \in \mathbb{N}$: $I_n = \int_{-2}^{0} x^n e^{-x}dx$

a) Calculer I_0.

b) En utilisant une intégration par parties, démontrer l'égalité :

$I_{n+1} = (-2)^{n+1}e^2 + (n+1)I_n$. En déduire I_1 et I_2.



4/ Le graphique représente une courbe C_k d'une fonction f_k , dans un repère orthonormé, définie à la 2/ question .

a) À l'aide des renseignements donnés par le graphique, déterminer la valeur du nombre réel *k* correspondant.

b) Soit *S* l'aire de la partie hachurée (en unité d'aire) ; exprimer *S* en fonction de I_1 et I_0 et en déduire sa valeur exacte.

Bon travail