Lycée : Menzah 9	**Devoir de contrôle N°:3**	Date : 20/4/2010
		Durée :2 H
Classe: 4 M3		Professeur : Mr Ben Badr

Exercice 1 (3 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples constitué de trois questions, chacune comporte trois réponses, une seule est exacte. Les réponses seront consignées dans le tableau (page 3)

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit (E) l'ellipse dont une équation est $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$. Son excentricité est :

a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ c. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

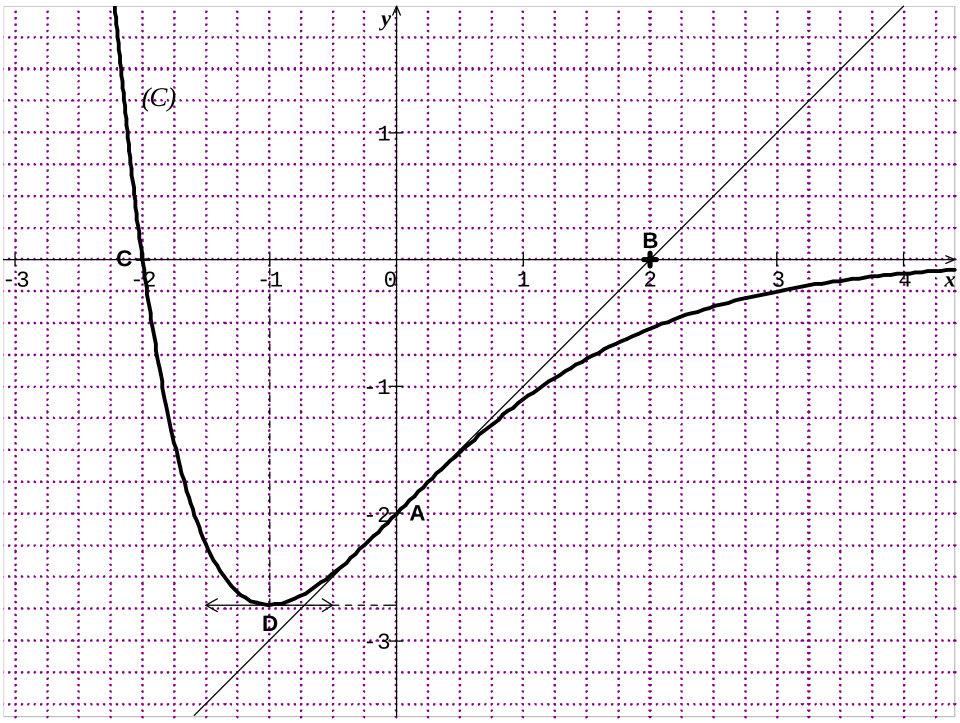
Soit (P) la parabole dont une équation est $y^2 = -12x$ .Son paramètre est :

a. 6 b. -6 c. 12

3. Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$. Alors

a. f n'est pas bornée b. f est bornée c. f est paire

Exercice 2 (6 points)

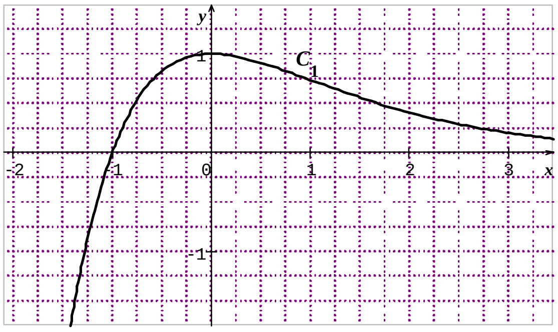


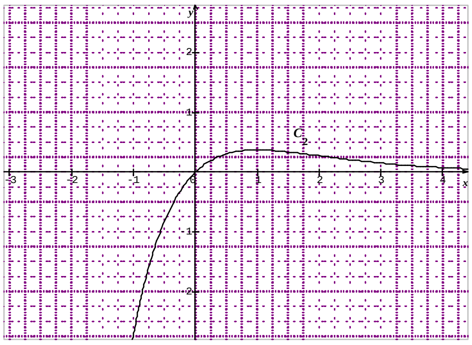
On a représenté ci- dessus dans un repère orthonormé du plan la courbe représentative (C) d'une fonction f définie sur IR.

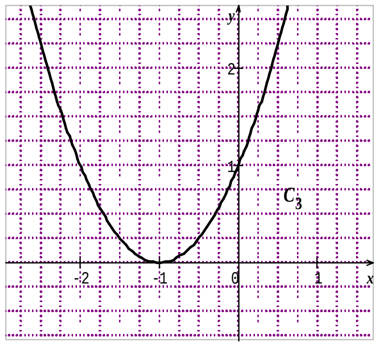
La courbe (C) passe par les points A(0, -2) et C(-2 ,0) et la droite (AB) est la tangente à (C) au point A.

La tangente à (C) au point D d'abscisse (-1) est parallèle à l'axe des abscisses.

1)Parmi les courbes représentées (page 2) , une seule représente la fonction dérivée de f. Retrouver – la.(justifier).







2)a)Déterminer f (0) et f'(0).

b)Sachant que f(x)= $-(x+a)e^{bx}$ où a et b sont des réels, montrer que f(x)=$(-x-2).e^{-x}$.

c)Montrer que A est un point d'inflexion de la courbe (C) .

3)Soit A l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses , la courbe (C) et les droites d'équations respectives : x= $-$ 2 et x =0.

A l'aide d'une intégration par parties calculer A.

Exercice 3(5 points)

1) On se propose, dans cette question, de déterminer tous les entiers n tels que $\begin{cases} n \equiv 5 \pmod{13} \\ n \equiv 1 \pmod{17} \end{cases}$

a. Vérifier que 239 est solution de ce système.

b. Soit N un entier solution de ce système.

Démontrer que N peut s'écrire sous la forme N = 1 + 17x = 5 + 13y où x et y sont deux entiers vérifiant la relation 17x $-$ 13y = 4.

c. Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation 17x $-$ 13y = 4

d. En déduire qu'il existe un entier k tel que N = 18 + 221k.

e. Démontrer que n ≡18 (mod 221) ⇔ $\begin{cases} n \equiv 5 \pmod{13} \\ n \equiv 1 \pmod{17} \end{cases}$

2)Existe-t-il un entier naturel k tel que $10^k \equiv 18 \pmod{221}$? Justifier.

Exercice 4 (6 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit (H) l'hyperbole dont une équation est $x^2 - 4y^2 = 4$.

1) a. Préciser le centre , les sommets, les foyers et les asymptotes de (H) .

b. Construire (à la page 3) l'hyperbole (H).

2) On pose $u(x) = e^x + e^{-x}$ pour tout réel x de $[0,+\infty[$.

a. Vérifier que $u(x) \geq 2$.

b. Soit F la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par F(x)= $\int_2^{u(x)} \sqrt{t^2-4}\,dt$.

Montrer que F est dérivable sur $[0,+\infty[$ et calculer F' (x) .

c. Montrer que $F(x) = \int_0^x (e^t - e^{-t})^2\,dt$, puis exprimer F(x) en fonction de x.

d. Calculer u (ln3) et en déduire l'aire de la partie du plan limitée par (H) et les droites d'équations respectives : x= 2 et x = $\dfrac{10}{3}$.

PAGE 3 (à rendre avec la copie)

Nom :

Prénoms :

Exercice 1 (QCM)

Enoncé	1	2	3
Réponse exacte			

Exercice 4