Lycée 2 Mars Ksar Hellal 4ème Sc. Tech5

Devoir de contrôle N°2

Exercice N°1 : (5 pts)

1/ Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\frac{3}{2}} \ln x$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} - \ln x$

2/ Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\ln(3x - 4) - \ln(x + 2) = \ln(x - 2)$ b) $\ln(2 - x) \leq \ln(x + 1)$

3/ Déterminer une fonction primitive F de f sur l'intervalle I donné :

a) $f : x \mapsto (2x - 1)^4$; $I = \mathbb{R}$ b) $f : x \mapsto \frac{1}{5x-3}$; $I =]\frac{3}{5}, +\infty[$

Exercice N°2 : (8 pts)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/a) Déterminer la limite de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$. (on pourra écrire $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$)

Interpréter graphiquement le résultat.

2/a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{-2 + \ln x}{x^2}$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]0, +\infty[$

c) Dresser le tableau de variations de f.

3/ Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de (C_f) avec l'axe des abscisses.

4/ Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point A d'abscisse 1.

5/ Représenter graphiquement f dans le repère orthogonal fourni avec le sujet.

(On tracera les asymptotes, (T) et les tangentes éventuelles)

6/a) Soit la fonction g définie sur$]0, +\infty[$ sur par $g(x) = \frac{\ln x}{x}$. Montrer que g admet des fonctions primitives sur $]0, +\infty[$ dont on déterminera la forme générale.

b) Montrer que la fonction $F : x \mapsto \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$ est la primitive de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1.