

DEVOIR DE CONTROLE N°2

Exercice n°1:

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(3, 2, 4)$; $B(0, 3, 5)$; $C(0, 2, 1)$ et $D(3, 1, 0)$

- 1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AD}$
- b) Montrer que ABCD est un parallélogramme et calculer son aire
- 2) Soit S la sphère de centre I $(2, -2, 5)$ et de rayon $3\sqrt{2}$ et P le plan passant par les points A, B et D
- a) Vérifier que $\overline{AI} = \frac{1}{3}(\overline{AB} \wedge \overline{AD})$
- b) Montrer que le plan P est tangent à la sphère S au point A

Exercice n°2:

Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$A(3, -2, 2)$; $B(6, 1, 5)$ et $C(6, -2, -1)$

- 1) Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle
- 2) Soit P le plan d'équation cartésienne $x + y + z - 3 = 0$. Montrer que P est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A
- 3) Soit P' le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A. Déterminer une équation cartésienne de P'
- 4) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ , droite d'intersection des plans P et P'
- 5) Soit D $(0, 4, -1)$. Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC)
- 6) a) Calculer le volume du tétraèdre ABDC
- b) Montrer que l'angle géométrique \widehat{BDC} a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ radian
- 7) a) Calculer l'aire du triangle BDC
- b) En déduire la distance du point A au plan (BDC)

Exercice n°3:

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x} - 1 + \ln(x)$

- 1) a) Vérifier que pour tout réel x strictement positif on a : $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$
- b) Dresser le tableau de variation de f.
- 2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- b) Montrer que le point I de (Cf) d'abscisse 2 est un point d'inflexion
- c) Ecrire une équation de la tangente T à (Cf) au point I
- d) Tracer T et (Cf) dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$
 - a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
 - b) g^{-1} est-elle dérivable à droite en 0? Justifier
 - c) Tracer dans le même repère la courbe de g^{-1}