Devoir de contrôle n°2

$3^{ème}$ Sciences $_1$

Q C M *(Voir annexe page 2) (3.5 points)*

Exercice n°1 : (7.5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-6x+8} & si\ x\leq 2\\ x-1-\dfrac{4}{x+2} & si\ x>2\end{cases}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. Montrer que f est continue en 2.
2. Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. Montrer que f est dérivable à droite en 2. Ecrire une équation de la demie tangente à (ζ_f) à droite en 2.
4. a) Justifier la dérivabilité de f sur chacun des intervalles $]-\infty,2[$ et $]2,+\infty[$; puis calculer $f'(x)$.

   b) Existe t –il des points de (ζ_f) d'abscisse $x>2$ en les quels la tangente soit parallèle à la droite Δ d'équation $10x-9y-1=0$.
5. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
6. a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-6x+8}+x-3$. Quelle interprétation graphique peut on déduire pour la courbe (ζ_f) ?

   b) Montrer que la droite $D: y=x-1$ est une asymptote oblique à (ζ_f) au voisinage de $+\infty$.

Exercice n°2 : (3.5 points)

Dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A et B dont les coordonnées polaires sont :

A [1,0] et B $[1,\dfrac{2\pi}{3}]$.

On considère également le point C dont les coordonnées cartésiennes sont $C\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

1. Préciser, sans justification les coordonnées cartésiennes de A.
2. Calculer les coordonnées cartésiennes de B.
3. Calculer les coordonnées polaires de C.
4. Justifier que les points A, B et C sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
5. Placer, précisément, les points A, B et C sur une figure.
6. Quelle est la nature du triangle ABC ? (Justifier).

Exercice n°3 : (5.5 points)

1. a) Rappeler les formules de duplication donnant cos (2a)

   b) En déduire que $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

   c) Ecrire $\cos x+\sqrt{3}\sin x$ sous la forme $r\cos(x-\varphi)$.

   d) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $\cos x+\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

   e) Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $[0,2\pi]$, l'inéquation $\cos x+\sqrt{3}\sin x\leq 1$.
2. Soit $f(x)=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x-2\sin x+\sqrt{3}$.

   a) Montrer que pour tout réel x, on a : $f(x)=2\sin x\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x-1\right)$.

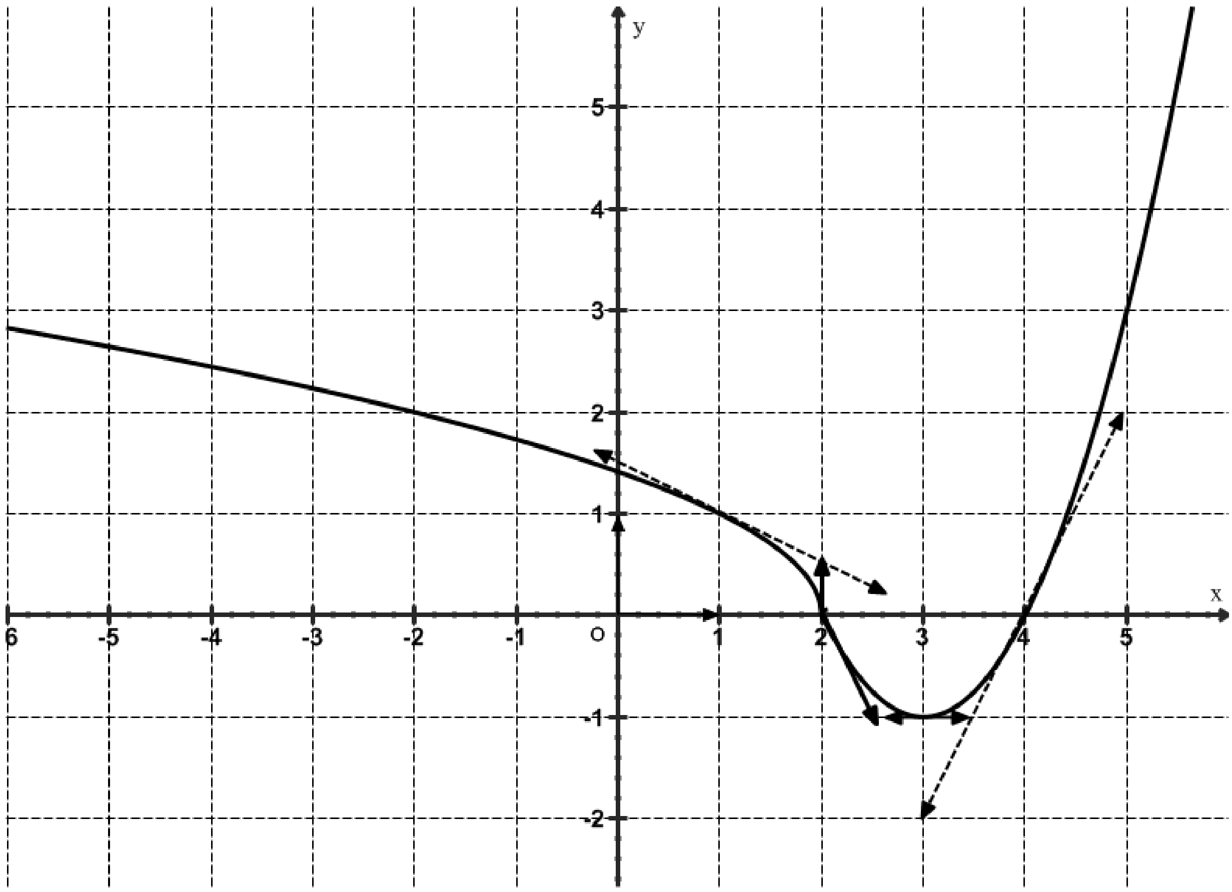
   b) Etudier le signe de $f(x)$ sur $[0,2\pi]$ puis déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\leq 0$ dans l'intervalle $[0,2\pi]$.

Annexe – devoir de contrôle n°2 - 3ème Sc 1

Nom et prénom : ....

Q C M :

On a représenté la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé du plan.



Cocher la bonne réponse dans chacun des cas suivants :

a) La fonction f est dérivable sur :

	$\mathbb{R}\setminus\{2\}$		$\mathbb{R}\setminus\{4\}$		$\mathbb{R}$

b) La fonction f est dérivable en :

	2		2^-		2^+

c) L'ensemble des solutions de l'équation $f'(x)=0$ est :

	$S=\{3\}$		$S=\varnothing$		$\mathbb{R}$

d) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f(x)}{x-2}=$

	$+\infty$		0		$-\infty$

e) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(4+h)}{h} =$

	$-\frac{1}{2}$		0		2

f) Le nombre dérivé de f en 1 est égal à :

	$-\frac{1}{2}$		0		2

g) Le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$ est :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$			-1	$\nearrow$	$+\infty$

T$_1$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

T$_2$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

T$_3$