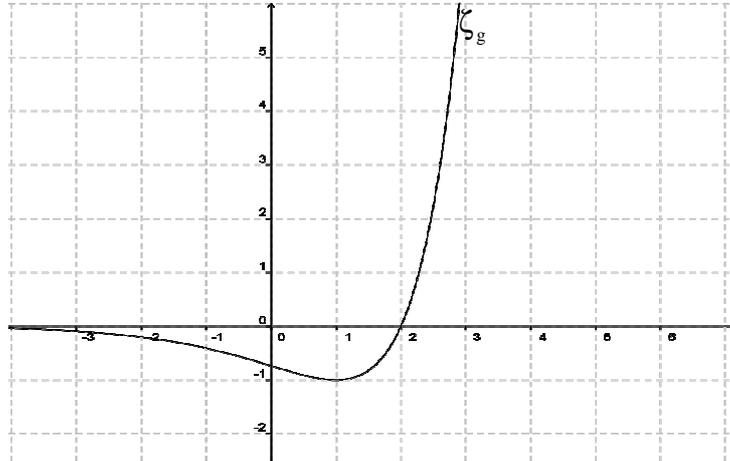
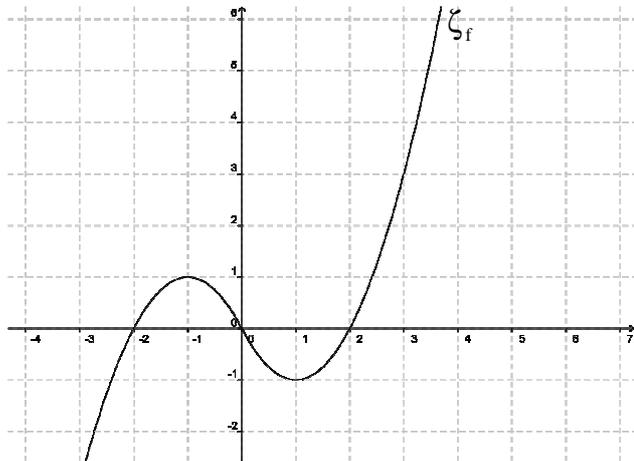


<http://mathematiques.kooli.me/>

Exercice 1 (3 points)

On considère deux fonctions f et g définies par leurs courbes ζ_f et ζ_g ci-dessous représentées.



La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à la courbe ζ_g .

Déterminer graphiquement $f\langle[-1, 1]\rangle$; $(f \circ g)\langle]-\infty, 1]\rangle$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (g \circ f)(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f \circ g)(x)$

Exercice 2 (3,5 points)

Soit la suite réelle U définie par
$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{3U_n} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

- 1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ on a : $0 \leq U_n \leq 3$.
- 2) Montrer que la suite U est croissante.
- 3) En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 3 (3,5 points)

Soit la suite réelle U définie sur \mathbb{N}^* par $U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$

- 1) Montrer que la suite U est croissante.
- 2) Montrer que $\forall n \geq 1$ on a : $U_{2n} - U_n \geq \frac{1}{2}$.
- 3) En déduire que la suite U n'est pas majorée.
- 4) Déterminer la limite de la suite U .

Exercice 4 (4 points)

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On désigne par A, B et C les points du plan P d'affixes respectives $2i$, -1 et i . On considère l'application f de $P \setminus \{A\}$ vers P qui à tout point M d'affixe z

associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \frac{z+1}{z-2i}$.

- 1) a) On note par C' l'image de C par f. Quelle est la nature du quadrilatère $ACBC'$?
b) Montrer que le point C admet un unique antécédent par l'application f que l'on notera C'' . Quelle est la nature du triangle BCC'' ?
- 2) a) Déterminer l'ensemble E des point M tels que z' soit un imaginaire non nul.
b) Déterminer l'ensemble F des point M tels que M' appartient au cercle de centre O et de rayon 1.

Exercice 5 (6 points)

A/

- 1) Résoudre dans C l'équation $z^2 - 2e^{i\alpha}z + 2e^{i2\alpha} = 0$ où α est un réel tel que $\alpha \in [0, \pi]$
- 2) Ecrire les solutions trouvées sous forme exponentielle.

B/ Le plan est muni d'un R.O.N.D (O, \vec{u}, \vec{v}) , on désigne par A et B les points d'affixes respectives :

$$z_1 = (1-i)e^{i\alpha} \text{ et } z_2 = (1+i)e^{i\alpha}$$

- 1) a) Calculer : $\frac{z_2}{z_1}$
b) En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O.
- 2) Montrer que : $(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) \equiv \alpha + \frac{\pi}{2} [2\pi]$
- 3) Déterminer la valeur de α pour que la droite (AB) soit parallèle à la droite d'équation : $y = x$