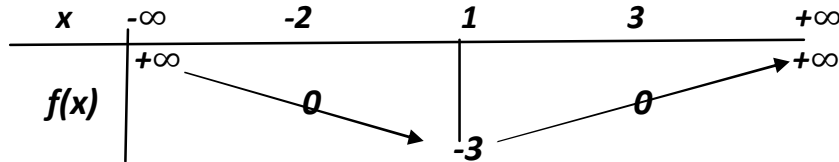


Devoir de contrôle N°1

Exercice 1 :(4pts)

On donne le tableau de variation de la fonction f :



Répondre par « vrai » ou « faux » :

- 1) a) $f(-3) > f(-2)$.
b) $f(2) > f(3)$.
- 2) a) l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[1, +\infty[$ 2 solutions.
b) l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[1, +\infty[$ 0 solution.
- 3) a) f admet sur \mathbb{R} un maximum absolu.
b) f admet sur \mathbb{R} un minimum absolu.
- 4) a) f est positive sur $[3, +\infty[$.
b) f est négative sur $[-2, 3]$.

Exercice 2 :(7pts)

Soit f la fonction définie par :
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3x^2 + 1} + 3x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - x - 2}{x - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) a/Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
b/ f admet-elle une limite en 1 .Justifier .
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 4) Soit g la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = f(x) - 3x$.

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

Exercice 3 :(5pts)

ABC étant un triangle tel que :

$$(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}) = \frac{97\pi}{12} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \text{ et } (\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) = -\frac{39\pi}{4} + 2n\pi ; n \in \mathbb{Z}$$

1) Déterminer les mesures principales de $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}})$.

2) Calculer $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA})$

3) La médiatrice de [BC] coupe (AC) en D

a/ Quelle est la nature du triangle DBC

b/ En déduire $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$; $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DA})$

c/ Montrer que ABD est un triangle isocèle.

Exercice 4 :(4pts)

On donne $f(x) = \sin 2x - 2\sqrt{3} \sin^2 x$

1) a/ Montrer que $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2\cos(x + \frac{\pi}{3})$

b/ En déduire que $f(x) = 4\sin 2x \cos(x + \frac{\pi}{3})$

2) Soit $g(x) = \cos 2x - \frac{1}{2}$

a/ Calculer $g(-\frac{\pi}{12})$.

b/ Montrer que $g(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{6})\cos(x + \frac{\pi}{3})$

c/ En déduire que $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

On donne :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x \quad ; \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$