

Relations métriques dans un triangle rectangle

Exercice 1

Soit x un angle aigu tel que $\sin x = \frac{3}{4}$

Calculer $\cos x$ et $\tan x$

Exercice 2

Soit x un angle aigu

- 1) Montrer que $\cos^2 x = \frac{1}{1+\tan^2 x}$
- 2) On donne $\tan x = 2$ Calculer $\cos x$ et $\sin x$

Exercice 3

Soit x un angle aigu tel que $\cos x = \frac{1}{3}$

- 1) Calculer $\sin x$ et $\tan x$
- 2) Montrer les égalités suivantes
 - a) $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$
 - b) $(1 - 2 \sin x)(1 + 2 \sin x) + 3 \sin^2 x = \cos^2 x$

Exercice 4

Soit un triangle ABC tel que $BC = 3$ et $\widehat{ABC} = 60^\circ$

- 1) Calculer AB et AC
- 2) Soit (AH) la hauteur du triangle ABC issue de A calculer AH , BH et CH

Exercice 5

Soit x un angle aigu

- 1) a) Montrer que $\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = 2\cos^2 x - 1$
b) Sachant que $\tan x = \sqrt{3}$, calculer $\cos x$ et $\sin x$
- 2) Montrer que $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$

Exercice 6

Soit x un angle aigu ($x \neq 0$)

- 1) Montrer que $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$
- 2) Montrer que $\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x = \operatorname{tg}^2 x \sin^2 x$

- 3) Montrer que $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x$
- 4) Montrer que $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$
- 5) Montrer que $\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1$

Exercice 7

Soit un triangle ABC tel que $AB = 3$, $AC = 2\sqrt{2}$ et $BC = \sqrt{17}$

- 1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A
- 2) Calculer $\cos \widehat{ACB}$, $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$
- 3) Soit H le projeté de A sur (BC) et H' le projeté de H sur (AC)

Calculer AH , BH et AH'

Exercice 8

Donner la réponse exacte

- 1) Pour tout angle aigu α on a :
 - a) $\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 1$
 - b) $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = \alpha^2$
 - c) $\cos(\alpha) = \sin(90^\circ - \alpha)$
- 2) ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 3$ et $BC = 4$ alors :

$$\text{a) } \cos(\widehat{A}) = \frac{3}{5} \quad \text{b) } \sin(\widehat{A}) = \frac{3}{5} \quad \text{c) } \tan(\widehat{A}) = \frac{3}{4}$$

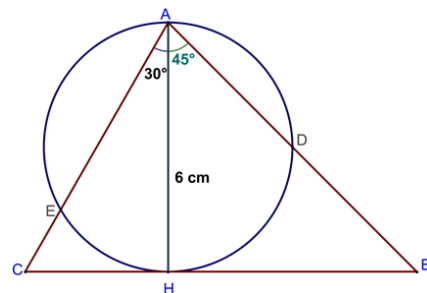
Exercice 9

Dans la figure ci-contre ABC est un triangle de hauteur $[AH]$ tel que $AH = 6$, $\widehat{BAH} = 45^\circ$ et $\widehat{HAC} = 30^\circ$

- 1) Calculer AC et BC .
- 2) Le cercle de diamètre $[AH]$ coupe (AB) en D et (AC) en E .

Calculer AD et AE

On donne : $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Exercice 10

Soit \mathcal{C} un cercle de centre O et de rayon 5 cm . Soient A et B deux points diamétralement opposés de \mathcal{C} et C un point de \mathcal{C} tel que $AC = 8 \text{ cm}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que ABC est un triangle rectangle en C .

- 3) Montrer que $BC = 6 \text{ cm}$.
- 4) a) Montrer que $\cos \widehat{BAC} = \frac{4}{5}$ et en deduire $\sin \widehat{BAC}$
 b) Donner une valeur approchée de \widehat{BAC} à 10^{-2} près.
- 5) La médiatrice du segment $[AB]$ coupe le segment $[AC]$ au point D et le cercle \mathcal{C} au point E Calculer OD puis AE .

Exercice 11

On donne un triangle ABC rectangle en A $[AH]$ est la hauteur issue de A $H \in [BC]$ et $AH = 3 \text{ cm}$

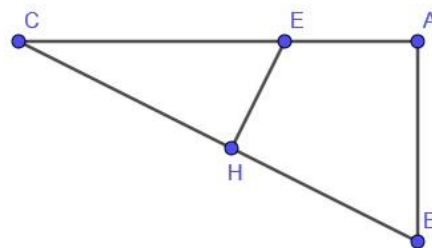
- 1) Construire se triangle
- 2) Calculer AC , AB , BH et BC
- 3) Soit I le milieu de $[BC]$, calculer AI et AIB

Exercice 12

On a représenté ci-contre un triangle ABC tel que

$$AB = 3 ; AC = 6 ; BC = 3\sqrt{5} \text{ et } AE = 2$$

Le point H est le projeté orthogonal de E sur la droite (BC)



- 1) Montrer que triangle ABC est rectangle en A
- 2) a) Calculer $\cos \widehat{ACB}$ et $\sin \widehat{ACB}$
 b) En déduire $\tan \widehat{ACB}$
- 3) Calculer EH et CH

Exercice 13

On donne un triangle ABC rectangle en A tel que $\angle ABC = 30^\circ$ et $BC = 4a$ ($a \in \mathbb{R}_+^*$)

- 1) Calculer AB et AC
- 2) La perpendiculaire en C à (BC) coupe (AB) en E ; Calculer BE et CE
- 3) Soit O le milieu de $[BC]$, la droite (AO) coupe (EC) en F
 a) Montrer que le triangle OAC est équilatéral
 b) Calculer OF et CF

Exercice 14

On donne ci-contre un triangle ABC

$$\text{tel que } a = a, AC = a\sqrt{3} \text{ et } BC = 2a \text{ avec } a > 0$$

- 1) Montrer ABC que est rectangle en A

- 2) a) Calculer $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$
- b) En déduire la valeur de l'angle \widehat{ABC} puis celle de \widehat{ACB}
- 3) Soit H le projeté orthogonal de A sur $[BC]$
- a) Exprimer AH en fonction de a
- b) Exprimer BH en fonction de a
- c) Exprimer CH en fonction de a
- 4) a) Vérifier que $AB^2 = BH \times BC$
- b) Vérifier que $AC^2 = CH \times BC$
- c) Vérifier que $AH^2 = HB \times HC$

