MR : GARY	Mathématique Devoir de Synthèse n° : 1	Classe : 4 éme SC-EXP
Lycée : Mourouge 2	Durée 2H	Date: 10/12/2011

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/4 à 4/4. La page 4/4 à rendre avec la copie

L'utilisation de calculatrice est autorisée

Il sera tenu compte de la propriété de copie

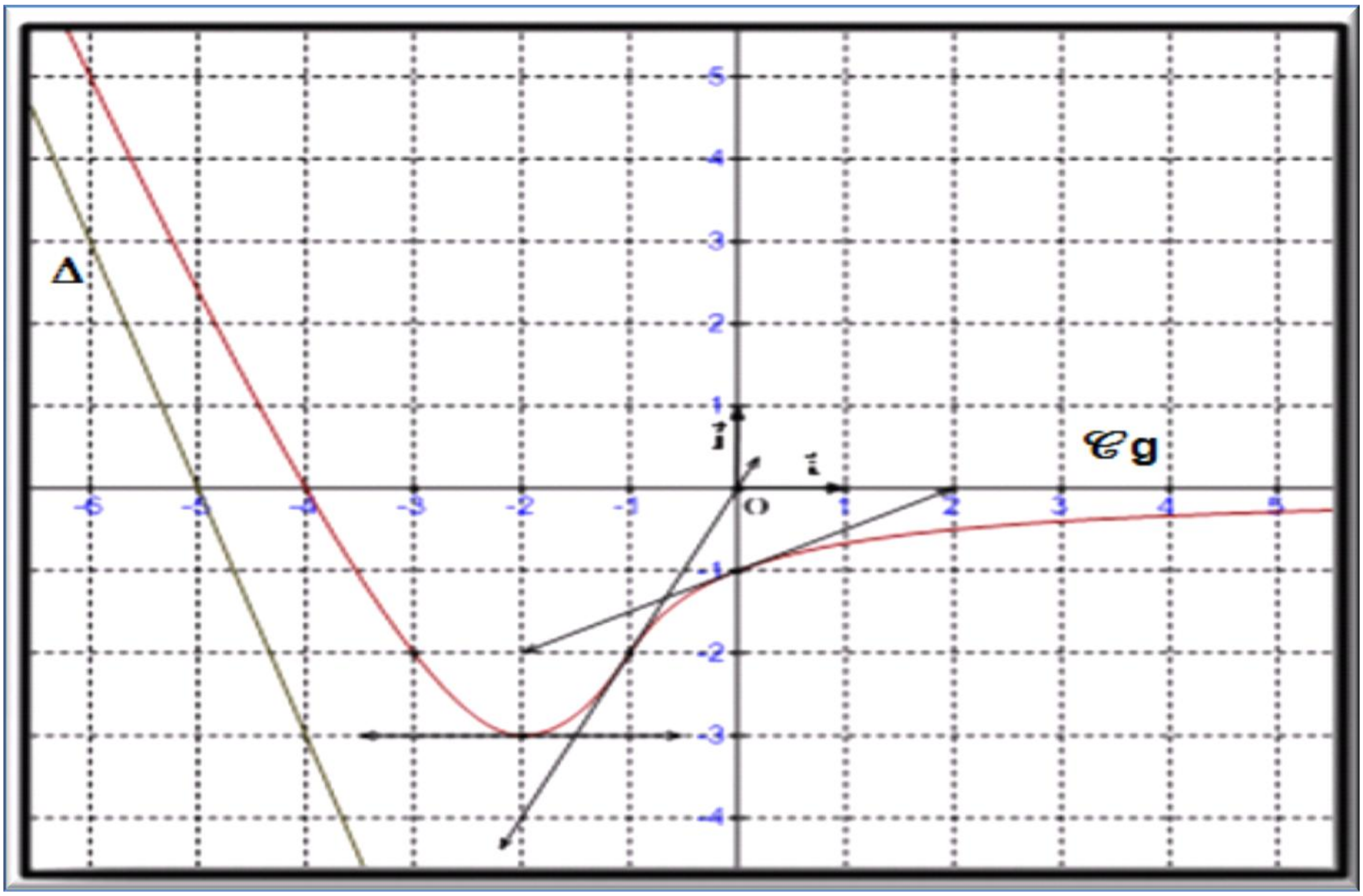
Exercice1 : (2 points)

Le Q.C.M. est donné sur la feuille **ANNEXE 1(Page 4)**
Pour chaque question, il n'y a qu'une bonne réponse

On répondra directement sur cette feuille en **entourant la bonne réponse**.
On remettra cette feuille annexe complétée avec la copie.

Exercice2 : (6 points)

I) Dans le graphique ci-dessous $\mathcal{C}g$ est la courbe représentative, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'une fonction g dérivable sur IR. $\mathcal{C}g$ possède une asymptote oblique Δ d'équation : $y = -3x-15$ au voisinage de $-\infty$.
L'axe des abscisses est au dessus de $\mathcal{C}g$ sur IR et s'agit d'une asymptote horizontale à $\mathcal{C}g$ au voisinage de $+\infty$.



Par lecture graphique :

-1- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+3x+15 =$

-2- Déterminer $f'(-2)$ et $f'(0)$

-3- Dresser le tableau de variations de f.

-4- Déterminer le signe de g(x) selon x.

II) Soit la fonction f définie sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ par $f(x)=Cos(\pi.Sinx)$.

-1- Justifier la dérivabilité de f sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ et calculer $f'(x)$.

-2- Justifier que f est strictement décroissante sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

-3- Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

<u>Exercice 3 :</u> (6 points)

On considère la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{5}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 4}{U_n} \end{cases}$

-1- Montrer par récurrence que pour tout $n \in IN$; $1 < Un < 4$.

-2- a) Montrer que U est une suite croissante

b) En déduire que U est convergente puis calculer sa limite.

-3- Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = \dfrac{U_n - 4}{U_n - 1}$

a) Montrer que V est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme V_0.

b) Donner son terme général et Calculer $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} V_n$,retrouver alors $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} U_n$

Exercice 4 : (6 points)

le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

-1- a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-3e^{i\frac{3\pi}{8}}z+2e^{i\frac{3\pi}{4}}=0$

b) Soient A et B les points d'affixes respectives les solutions de (E) telles que $|z_B|>|z_A|$.

Montrer que A est le milieu de $[OB]$.

-2- On considère les nombres complexes : $z_1=\sqrt{2-\sqrt{2}}+i\sqrt{2+\sqrt{2}}$ et $z_2=\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}$

a) Ecrire ${z_1}^2$ sous sa forme algébrique.

b) En déduire la forme trigonométrique de ${z_1}^2$.

-3- a) Ecrire z_2 sous sa forme trigonométrique. Etablir l'égalité : ${z_1}^2=4{z_2}^2$

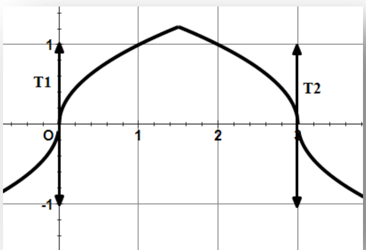
b) En déduire $\sin\frac{\pi}{8}$.

ANNEXE 1

À RENDRE AVEC LA COPIE

NOM……………………………PRENOM…………………………N°………

EXERCICE N°1 :

	QUESTIONS	REPONSES		
1	Les racines carrées dans $\mathbb{C}$ de $\cos^2 x - 1$ sont	$i\sin x$ *et* $-i\ \sin x$	$\cos x - 1$ *et* $-\cos x + 1$	$\sqrt{-\sin^2 x}$ et $-\sqrt{-\sin^2 x}$
2	Les solutions de $z^3 = 1$ sont	$1\ ,\ -\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$	$1\ ,\ -1$ et i	$0\ ,\ 1$ et -1
3	Soient f et *g* deux fonctions définies et dérivables sur IR telle que $f'(-2) = -3$ et $g(x) = f(-x^2)$ Alors :	$g'(\sqrt{2}) = -3$	$g'(\sqrt{2}) = -6\sqrt{2}$	$g'(\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$
4	Le graphique ci-contre représenté la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur IR. T1 et T2 sont deux tangentes verticales à c au point d'abscisses 0 et 3. 	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = 0$	$\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x} = -\infty$	$\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{f(x)}{x-3} = -\infty$