

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{2^3 \times 20 \times 10^2}{(-5)^4 \times 16} \quad B = \frac{0,16 \times (3 \times 10^{-4})^2}{4 \times 10^{-4}} \quad C = \frac{(a^{-3}b^2)^2(2^{-3}a^5b^2c^{-2})^3}{(2^{-3}a^3c^{-2})^3}$$

$$D = \frac{\sqrt{14}\sqrt{45}}{\sqrt{250}\sqrt{28}} \quad E = \frac{\sqrt{75} + \sqrt{48}}{\sqrt{6}\sqrt{72}} \quad F = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 \quad G = \left(\frac{5}{2}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{12} \quad B = \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{32} \quad C = 4\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 3\sqrt{5}$$

$$D = 2\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 4\sqrt{75} \quad E = -\sqrt{28} + 3\sqrt{63} - 2\sqrt{175} \quad F = \sqrt{756} - 5\sqrt{21} + \sqrt{525}$$

Exercice 3

Ecrire sans les radicaux les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{(-\pi)^2} \quad B = \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} \quad C = 2\sqrt{(2 - \pi)^2} + \sqrt{(\pi - 3)^2} \quad D = \sqrt{(3 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(4 - \sqrt{3})^2}$$

Exercice 4

Ecrire les expressions suivantes sous la forme d'un seul quotient, ne contenant pas de radical au dénominateur.

$$A = \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} \quad B = \frac{-2}{4 + \sqrt{3}} \quad C = \frac{1}{2 + \sqrt{5}} + \frac{2}{1 - \sqrt{5}}$$

$$D = \frac{7 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} - \frac{11 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} \quad E = \frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \quad F = \frac{-1}{3 - 2\sqrt{2}} + \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$$

Exercice 5

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{7}{6} ; \quad B = \frac{6}{10} + \frac{2}{5} ; \quad C = \frac{5}{2} - \frac{3}{7} ; \quad D = \frac{\frac{7}{6} - \frac{11}{18}}{\frac{6}{1} - \frac{1}{9}} ; \quad E = \frac{\frac{5}{3} + \frac{3}{2}}{\frac{7}{4} - \frac{11}{2}}$$

$$F = \frac{1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{1}{2} - 1} ; \quad G = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^5 \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \left(\frac{9}{4}\right)^3}{\frac{3^{-1}}{2^3}} ; \quad H = \frac{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}}{\sqrt{3^2 \times 4^2 \times 5^2}}$$

$$I = xy\sqrt{64y} + 10y\sqrt{x^2y} - \sqrt{9x^2y^3} \quad \text{avec } x \in \mathbb{R}_- \quad \text{et } y \in \mathbb{R}_+$$

Exercice 6

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

2) Calculer alors $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{10}}$

Exercice 7

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = 2|3 - \sqrt{5}| - |-2 - \sqrt{5}| + |1 - \sqrt{5}| - |5 + \sqrt{5}| - |-\sqrt{5}|$$

$$B = -3|2 - \sqrt{2}| + |4 - 3\sqrt{2}| + |3 - 2\sqrt{2}| - |-2 + \sqrt{2}|$$

2) Simplifier les expressions suivantes sachant que $x \in \mathbb{R}_+$ et $y \in \mathbb{R}_-$

$$A = |xy| - 2x|y| + 5|x|y \quad B = -2|-xy| + 3|xy^2| + 3|x^2y|$$

Exercice 8

Soit $A = x^8 - 1 - \frac{x^4}{4}(x^4 + 1)$ où x est un réel.

1) Vérifier que pour tout réel x on a : $(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = x^8 - 1$

2) Factoriser A puis en déduire le signe de A

Exercice 9

Déterminer dans le cas où c'est possible les valeurs de x dans chacun des cas suivants :

$$\left|2x - \frac{1}{3}\right| = 0 ; |2x - 3| = 3 ; |3x - 5| = -3 ; |2x + 1| = |x| ; |x + 5| = 1 - \sqrt{3}$$

$$|x - 4| = |3x + 1| ; |4x - 6| = (-2)^3$$

Exercice 10

On donne $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1)$ et $b = (1 + \sqrt{2})^2 + |-1 - \sqrt{2}|$

1) a) Montrer que $a = 3\sqrt{2} - 4$ et que $b = 3\sqrt{2} + 4$

b) Montrer que $ab = 2$

2) Ecrire $\frac{2}{b}$ avec un dénominateur entier

3) Montrer que $\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} + 5$ est un entier naturel

4) a) Montrer que $0 < a < 1$

b) Ranger dans l'ordre croissant les réels suivants : a , \sqrt{a} et a^2

5) Vérifier que $|a^2 - a| + |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - a^2| = 0$

Exercice 11

Soit x un réel tel que $-2 < x < \frac{1}{4}$

1) Donner un encadrement de $\frac{1}{9}(x - 1)^2 - \frac{1}{16}$

2) Montrer que $x + 3 \neq 0$

3) Soit $E = \frac{3x+8}{x+3}$

a) Montrer que $E = 3 - \frac{1}{x+3}$

b) En déduire un encadrement de E

Exercice 13

Soit n un entier naturel.

1) Montrer que $\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} = \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$

2) Calculer alors $S = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{2022 \times 2024}$

Exercice 14

1) Montrer que pour tout entier naturel non nul n on a : $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

2) Calculer alors $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$

3) Déterminer l'entier naturel n tel que $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{99}{100}$