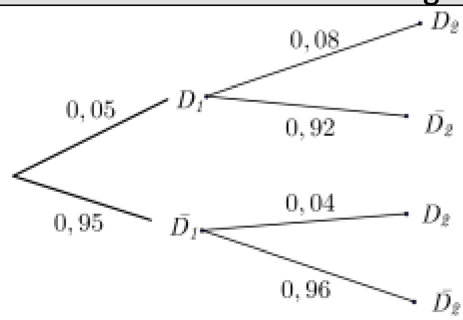
Exercice N°1: (4 points).			
Question		**Corrigé**	**Barème**
1)	a)	$(E):\frac{1}{2}z^2 - e^{i\frac{\pi}{6}}z + \frac{1}{2}\left(e^{i\frac{\pi}{3}}+1\right) = 0$ On a : $a=\frac{1}{2}$, $b=-e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $c=\frac{1}{2}\left(e^{i\frac{\pi}{3}}+1\right)$ $\boldsymbol{\Delta = b^2-4ac = e^{i\frac{\pi}{3}} - \left(e^{i\frac{\pi}{3}}+1\right) = -1 = i^2}$	
	b)	Soit $\boldsymbol{\delta = i}$ une racine carrée de Δ Soient $z' = \frac{-b+\delta}{2a} = e^{i\frac{\pi}{6}}+i$ et $z" = \frac{-b-\delta}{2a} = e^{i\frac{\pi}{6}}-i$ $S_{\mathbb{C}} = \left\{e^{i\frac{\pi}{6}}+i \ , \ e^{i\frac{\pi}{6}}-i\right\}$	
2)	a)	On a : $z_A = e^{i\frac{\pi}{6}}+i$, $z_B = e^{i\frac{\pi}{6}}-i$ et $z_I = e^{i\frac{\pi}{6}}$ $\frac{z_A+z_B}{2} = \frac{e^{i\frac{\pi}{6}}+i+e^{i\frac{\pi}{6}}-i}{2} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2} = e^{i\frac{\pi}{6}} = z_I$ d'où I est le milieu de $[AB]$ On a : $z_O = 0$ donc $IO = \lvert z_I\rvert = \left\lvert e^{i\frac{\pi}{6}}\right\rvert = 1$ Et $IA = \lvert z_A - z_I\rvert = \left\lvert e^{i\frac{\pi}{6}}+i-e^{i\frac{\pi}{6}}\right\rvert = \lvert i\rvert = 1$ ainsi $IO = IA$	
	b)	On a : I est le milieu de $[AB]$ alors $IA = IB$ D'autre part : $IA = IO$ d'où $IO = IA = IB$ ainsi A, B et O appartiennent au cercle de centre I et de rayon IA **Conclusion :** A , B et O appartiennent au cercle de diamètre $[AB]$	
3)	a)	$z_C = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ alors $\frac{z_C+z_O}{2} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2} = e^{i\frac{\pi}{6}} = z_I$ d'où I est le milieu de $[OC]$ ainsi $OC = 2IO = AB$ avec O , A et B sont non alignés donc les diagonales $[AB]$ et $[OC]$ du quadrilatère $OBCA$ sont isométriques et se coupent en leur milieu I et par suite $OBCA$ est un rectangle de centre I	
	b)	$z_A.z_B = z'.z" = \frac{c}{a} = e^{i\frac{\pi}{3}}+1 = e^{i\frac{\pi}{6}}.e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{i\frac{\pi}{6}}.e^{-i\frac{\pi}{6}} = e^{i\frac{\pi}{6}}\left(e^{i\frac{\pi}{6}}+e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)$ $\Rightarrow z_A.z_B = 2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right).e^{i\frac{\pi}{6}}$ donc $z_A.z_B = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$	
	c)	$aire(OBCA) = OB \times OA = \lvert z_B\rvert \times \lvert z_A\rvert = \lvert z_A.z_B\rvert = \sqrt{3}\ (u.a.)$	

Exercice N°2: (5 points).			
Question		**Corrigé**	**Barème**
1)	a)	On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC} = \vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ $\vec{n} \neq \vec{0}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires alors A, B et C sont non alignés et par suite ils déterminent un plan que l'on notera P	
	b)	$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $P \Longrightarrow P: x-2y+z+d=0$ Or $A(0,0,1) \in P$ d'où $1+d=0 \Longrightarrow d=-1$ ainsi $P: x-2y+z-1=0$	

2	**a)**	On a : $I(1\,,0\,,-2)$ et $P: x-2y+z-1=0$ $x_I - 2y_I + z_I - 1 = 1-0-2-1 = -2 \neq 0$ donc $I \notin P$	
	b)	$V_{IABC} = \frac{1}{6}\left\lvert(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AI}\right\rvert = \frac{1}{6}\left\lvert\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}.\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}1\\0\\-3\end{pmatrix}\right\rvert = \frac{\lvert 1+0-3\rvert}{6} = \frac{1}{3}(u.v.)$	
3)	**a)**	$S: x^2+y^2+z^2-2x+4z+4=0$ $\Longrightarrow S: (x^2-2x+1)+y^2+(z^2+4z+4) = -4+1+4$ $\Longrightarrow S: (x-1)^2+y^2+(z+2)^2 = 1 = 1^2$ d'où S est la sphère de centre $I(1\,,0\,,-2)$ et de rayon $R=1$	
	b)	On a : $H\left(\frac{4}{3}\,,-\frac{2}{3}\,,-\frac{5}{3}\right) \Longrightarrow \overrightarrow{IH}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\-\frac{2}{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\vec{n}$ donc $\boldsymbol{(IH)\perp P}$ $x_H - 2y_H + z_H - 1 = \frac{4}{3}+\frac{4}{3}-\frac{5}{3}-1 = \frac{8}{3}-\frac{8}{3} = 0$ donc $\boldsymbol{H \in P}$ et par suite H est le projeté orthogonal de I sur P	
	c)	Soit $d = d(I,P) = IH = \frac{1}{3}\lVert\vec{n}\rVert = \frac{\sqrt{6}}{3} < 1$ donc $d<R$ alors S et P sont sécants suivant un cercle $\mathscr{C}$ de centre H et de rayon $r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{1-\frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{3}{9}} \Longrightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	
4)	**a)**	$I'\left(\frac{1}{2}\,,1\,,-\frac{5}{2}\right)$ et $R' = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ donc $S': \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 + \left(z+\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$ $\Longrightarrow S': x^2 - x + \frac{1}{4} + y^2 - 2y + 1 + x^2 + 5z + \frac{25}{4} = \frac{18}{4}$ $\Longrightarrow S': x^2+y^2+z^2-x-2y+5z+3=0$	
	b)	$M(x,y,z) \in S\cap S' \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-2x+4z+4=0 & (I)\\ x^2+y^2+z^2-x-2y+5z+3=0 & (II)\end{cases}$ $(II)-(I)$ donne : $x-2y+z-1=0$ d'où $M(x,y,z)\in S\cap S' \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-2x+4z+4=0\\ x-2y+z-1=0\end{cases}$	
	c)	D'après la question **4) b)** on a : $M(x,y,z)\in S\cap S' \Leftrightarrow \begin{cases} M\in S\\ M\in P\end{cases}$ $\Leftrightarrow M \in S\cap P$ $\Leftrightarrow M \in \mathscr{C}$ ainsi : $S\cap S' = \mathscr{C}$ de P de centre $H\left(\frac{4}{3}\,,-\frac{2}{3}\,,-\frac{5}{3}\right)$ et de rayon $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$	

Exercice N°3: (4,5 points).			
Question		**Corrigé**	**Barème**
1)	a)		
	b)	$p(D_1 \cap D_2) = p(D_2/D_1) \times p(D_1) = 0{,}08 \times 0{,}05 = \mathbf{0{,}004}$	
	c)	$p(D_2) = p(D_2 \cap D_1) + p(D_2 \cap \overline{D_1}) = 0{,}004 + 0{,}04 \times 0{,}95 = \mathbf{0{,}042}$	
	d)	$p(D_1/\overline{D_2}) = \frac{p(D_1 \cap \overline{D_2})}{p(\overline{D_2})} = \frac{p(\overline{D_2}/D_1) \times p(D_1)}{p(\overline{D_2})} = \frac{0{,}92 \times 0{,}05}{1-0{,}042} = \frac{0{,}046}{0{,}958} = \frac{\mathbf{23}}{\mathbf{479}}$ $(\approx 0{,}048)$	
2)	a)	$\boldsymbol{p(X \leq 24) = 1 - e^{-0{,}02\times 24} \approx 0{,}381}$	
	b)	Un an vaut 12 mois $p(X \leq 36/\geq 24) = \frac{p(X\leq 36 \cap X \geq 24)}{p(X\geq 24)} = \frac{p(24\leq X \leq 36)}{1-p(X\leq 24)} = \frac{e^{-0{,}02\times 24} - e^{-0{,}02\times 36}}{1-0{,}381} \approx \mathbf{0{,}213}$	

Exercice N°4: (6,5 points).			
Question		**Corrigé**	**Barème**
1)	a)	$f(x) = 2 - (2+x^2)e^{-x}$; $D_f = \mathbb{R}$ • $\lim\limits_{-\infty} f = \lim\limits_{x\to-\infty} 2 - \underbrace{(2+x^2)}_{+\infty}\underbrace{e^{-x}}_{+\infty} = -\infty$ • $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{\frac{2}{x}}_{0} - \underbrace{\left(\frac{2}{x} + x\right)}_{-\infty}\underbrace{e^{-x}}_{+\infty} = +\infty$ • La courbe $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au $V(-\infty)$	
	b)	• $\lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{x\to+\infty} 2 - (2+x^2)e^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 2 - \underbrace{\left(\frac{2+x^2}{x^2}\right)}_{1} \times \underbrace{\left(\frac{1}{\frac{e^x}{x^2}}\right)}_{0} = 2$ • La droite $\Delta: y = 2$ est une asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}$ au $V(+\infty)$	
2)	a)	Pour tout réel x on a : $f'(x) > 0$	
	b)	$f'(0) = 2$	

c)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$\searrow$	2	$\searrow$	
$f'(x)-2$		$+$	0	$-$	

3)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2

4) $T: y = f'(0)(x-0) + f(0)$ avec $f'(0) = 2$ et $f(0) = 2 - 2 = 0$

d'où $T: y = 2x$

5) a) $g(x) = f(x) - 2x$; $D_g = \mathbb{R}$

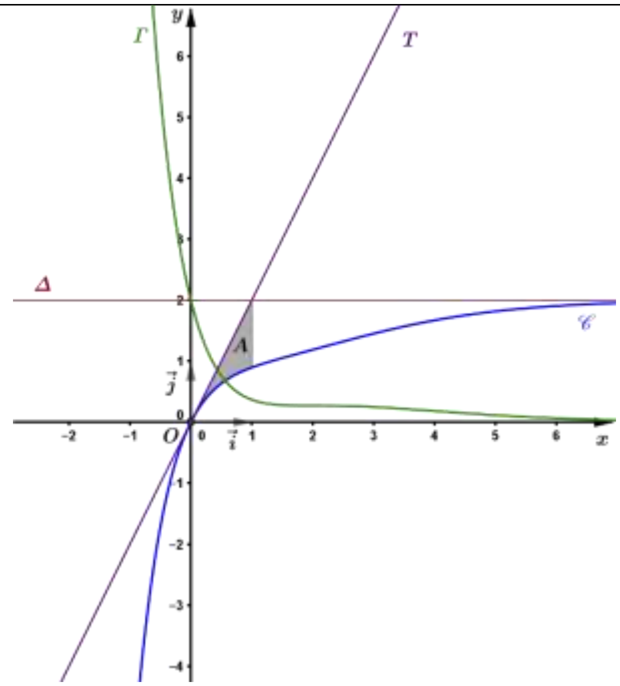
g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (fonction somme) et pour tout réel x on a :

$g'(x) = f'(x) - 2$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

b)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x) = f(x) - 2x$		$-$	0	$-$	
position relative		$\mathscr{C}$ est au dessous de T	point d'intersection	$\mathscr{C}$ est au dessous de T	

6)			
7)	a)	Pour tout réel x on a : $f'(x) = -2xe^{-x} + (2 + x^2)e^{-x}$ d'où $f'(x) = (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$	
	b)	Pour tout réel x on a : $2 - f'(x) - 2xe^{-x} = 2 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x} - 2xe^{-x}$ $= 2 - (x^2 - \mathbf{2x} + 2 + \mathbf{2x})e^{-x}$ $= 2 - (x^2 + 2)e^{-x} = f(x)$	
	c)	$\int_0^1 xe^{-x}dx =?$; on pose $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$ $\Longrightarrow \int_0^1 xe^{-x}dx = [-xe^{-x}]_0^1 + \int_0^1 e^{-x}\, dx = -\frac{1}{e} + [-e^{-x}]_0^1 = -\frac{1}{e} - \frac{1}{e} + 1$ ainsi $\int_0^1 xe^{-x}dx = 1 - \frac{2}{e}$	
	d)	$\int_0^1 f(x)\, dx = \int_0^1 (2 - f'(x) - 2xe^{-x})\, dx$ $= 2(1-0) - \int_0^1 f'(x)dx - 2\int_0^1 xe^{-x}dx\ = 2 - f(1) + f(0) - 2\left(1 - \frac{2}{e}\right)$ $= 2 - \left(2 - \frac{3}{e}\right) - 2 + \frac{4}{e} \Longrightarrow \int_0^1 f(x)\, dx = -2 + \frac{7}{e}$	
	e)	$A = \int_0^1 \lvert 2x - f(x)\rvert\, dx = \int_0^1 \big(2x - f(x)\big)dx = \int_0^1 2xdx - \left(-2 + \frac{7}{e}\right)$ $A = [x^2]_0^1 + 2 - \frac{7}{e} = 1 + 2 - \frac{7}{e}$ ainsi $\boldsymbol{A = 3 - \frac{7}{e}}$ $(u.a.)$	